

Practica geometriae de la arquitectura sacra

Josep Lluís i Ginovart



Reial Acadèmia Europea de Doctors
Real Academia Europea de Doctores
Royal European Academy of Doctors

BARCELONA - 1914



JOSEP LLUIS I GINOVART (Tortosa 1958). Doctor en Arquitectura y Catedrático de Universidad de Intervención en el Patrimonio Arquitectónico (2016) de la School of Architecture de la Universitat Internacional de Catalunya. Arquitecto por la Universitat Politècnica de Catalunya en 1982, año en que funda el despacho de arquitectura *lluis i ginovart arquitectes* con sedes en Barcelona y Tortosa. Su obra ha sido reconocida en la Guia de l'Arquitectura Catalana Moderna i Contemporània. Arquitectura Catalana y catalogada como BIPCC dentro de Llei 9/1993 del Patrimoni Cultural Català. Ha redactado los planes directores Sancta Maria Dertosa, Noviciado de la Comunidad Teresiana, Palacio episcopal de Tortosa y del Catàleg d'edificis i conjunts urbans i rurals de caràcter històric, artístic i ambiental de la ciutat i municipi de Tortosa. Ha ejercido como *Magister operis sedis Detrosae* (1994-2016).

Ha sido Director del Departamento de Arquitectura de Universitat Rovira i Virgili (2014-2016) y decano de la School of Architecture Universitat Internacional de Catalunya (2016-2022). Ha dirigido los grupos reconocidos de investigación *Architectural Heritage Patri-ARQ*, (URV) *Architectural Heritage Research* (UIC) y por ello *European Prize Architectural Heritage Intervention* (AHI). *Protection and Intervention in Architecture in the United States* (2017). Ha publicado en 26 libros entre los que destacan a nivel internacional *Scientific Knowledge of Spanish Military Engineers in the Seventeenth Century* (2018) y *Mathematics and the Art and Science of Building Medieval Cathedrals* (2019). Ha participado en 32 Congresos Internacionales donde en doce de ellos como *Scientific Committee Heritage Rehabilitation Technology and Heritage*. Ha publicado 68 artículos en revistas indexadas y ha pertenecido a los consejos editoriales del *l'International Journal of Heritage Architecture*, *Journal of Architecture Research and Development*, *Civil Engineering and Architecture* y del *l'International Journal of Mathematics and Systems Science*. Está distinguido con la Gran Creu Pro Ecclesia et Pontifice otorgada por el Papa Benedicto XVI (2012), y con la medalla de oro del Foro Europeo Cum Laude (2019).

Practica ***geometriae*** de la **arquitectura sacra**

Excmo. Sr. Dr. Josep Lluís i Ginovart

***Practica geometriae* de la arquitectura sacra**

Discurso de ingreso en la Real Academia Europea de Doctores, como
Académico Numerario, en el acto de su recepción
el 23 de abril de 2025

por el

Excmo. Sr. Dr. Josep Lluís i Ginovart
Doctor en Arquitectura

y contestación del Académico de Número

Excmo. Sr. Dr. Juan Trias de Bes
Doctor en Arquitectura

COLECCIÓN REAL ACADEMIA EUROPEA DE DOCTORES



Reial Acadèmia Europea de Doctors
Real Academia Europea de Doctores
Royal European Academy of Doctors

BARCELONA - 1914

www.raed.academy

© Josep Lluís i Ginovart

© Real Academia Europea de Doctores

La Real Academia Europea de Doctores, respetando como criterio de autor las opiniones expuestas en sus publicaciones, no se hace ni responsable ni solidaria.

Quedan rigurosamente prohibidas, sin la autorización escrita de los titulares del “Copyright”, bajo las sanciones establecidas en las leyes, la reproducción total o parcial de esta obra por cualquier medio o procedimiento, comprendidos la reprografía y el tratamiento informático y la distribución de ejemplares de ella mediante cualquier medio o préstamo público.

Producción Gráfica: Ediciones Gráficas Rey, S.L.

Impreso en papel offset blanco Superior por la Real Academia Europea de Doctores.

ISBN: 978-84-09-70670-9

D.L: B 8336-2025

Impreso en España –Printed in Spain- Barcelona

Fecha de publicación: abril 2025

❧ PRESENTACIÓN Y AGRADECIMIENTOS

Con la venia del Excelentísimo Sr. Presidente, Excelentísimos Doctoras y Doctores Académicos, Ilustrísimas Autoridades Señoras y Señores.

En primer lugar, querría agradecer profundamente mi elección para ocupar un puesto como Académico Numerario de la Real Academia Europea de Doctores. La sensación de pertenecer a esta Institución es para mí, como estar bajo el óculo del Panteón de Roma, o asomado al tambor de la cúpula de San Pedro del Vaticano. Allí la referencia de la inmensidad de lo sacro te marca la escala de la pequeñez de lo humano. Aquí en esta Sala, siento aquel vértigo del saber, al mirar la Galería de Académicos que han pertenecido a ella durante los 111 años de su existencia.

Querría hacer llegar mi reconocimiento al presidente, Excmo. Dr. Sr. Alfredo Rocafort; al Excmo. Dr. Sr. Jordi Martí Pidelaserra así como al Excmo. Dr. Sr. Juan Trias de Bes por su confianza en proponer y avalar la propuesta de ingreso para formar parte de esta Real Academia. A mis padrinos al Excmo. Dr. Frederic Borràs Pàmies y al Excmo. Dr. Josep Maria Franquet Bernis, con los que en nuestra vida hemos convivido con la misma luz que reflejan las montañas dels Ports, el agua del río Ebre y las piedras y patronaje de la Santa Cinta en la Seo tortosina consagrada a Santa María de la Estrella. Mi gratitud también a los Académicos Numerarios y Eméritos que votaron por unanimidad en la Junta General de esta Real Corporación celebrada el día 18 de julio de 2024, para mi aceptación como Académico de Número.

Con algunos ellos que he compartido labor y amistad como los Exmos. Drs. Jaume Armengou Orús, Javier Gil Mur, Lluís Giner Tarrida; Fernando Pedro Méndez González, Alfonso Méndiz Noguero, y al Excmo. Sr. Dr. José Antonio Segarra Torres, en estos momentos desde muy arriba también lo hizo. A los demás Académicos a los que les soy más anónimo, mi agradecimiento por lo que para mí supone este gran honor y con la obligación de no desmerecerlo.

Mi reconocimiento a la Universitat Internacional de Catalunya ya que en 1999 el Dr. Joan Ferrán propició mi acercamiento a la Escola Universitària de Ciències Experimentals i Tecnològiques de Tortosa y allí empecé mi carrera universitaria. Después en 2008 Jaume Armengou tanteo un posible acercamiento a la Escuela de Arquitectura de la UIC a Barcelona. Después el mismo y el Rector de la Universidad Javier Gil lo volvió hacer en 2016 cuando me propusieron como Decano de la Escuela con el beneplácito del presidente del Patronato Sr. Josep María Pujol. Dar las gracias también por la confianza que han depositado en mí, el ahora presidente Sr. Miguel Ángel Cazcarra y del actual Rector de la Universidad el Dr. Alfonso Méndiz. En esta Universidad he podido compartir el rigor de la excelencia con los algunos catedráticos de otras disciplinas como los doctores Toni Mora, Josep Clotet o Conrado Aparicio, así como con la Dra. Empar Lorda Donat. A partir de aquí reconocí la exigencia de la investigación a través de la Dra. Maria Pau Ginebra Molins. Como también el poder disfrutar con los profesores de la Escuela de Arquitectura de esta Universidad como los catedráticos, Alberto Estévez Escalera, Vicenç Sarrablo Moreno, Pere Vall Casas y Víctor Echarri Ibarrem, y a la vez con los que he compartido dirección de esta Escuela.

Como también a los compañeros con los que he compartido docencia y amistad, Carmen Mendoza Arroyo, Ana Cocho Ber-

mejo, Marta Benages Albert, Anna Feu Jordana, Marta García Orte, Pedro Casariego Valdés, Borja Ferrater Arquer, Enrique Rovira-Beleta Cuyás, Manuel Arenas Vidal, Iñaki Baquero Riazuelo, Felipe Pic-Aguilera Baurier, Jordi Roviras Miñana, David Baena Asencio, Álvaro Cuéllar Jaramillo, Juan Ignacio Eskubi Ugarte, Miguel Lacasta Codorniu, Manuel Peribáñez Bertrán, y a Antón Aluja. Y mi gratitud al soporte para poder hacer mis tareas Ruth Regalón Balastegui, Ruth Reyes Murillo y Yolanda Espina Pahí, Vicky García Bustos, Laura Rubio.

Entre estas circunstancias, mi paso previo por Escuela de Arquitectura de Universitat Rovira i Virgili entre 2007 y 2016 gracias al Dr. Josep Beltrán Ilari que facilitó mi incorporación a una Escuela de Arquitectura y en especial al Dr. Josep Pallarès Marzal entonces Vicerrector, y después Director General d'Universitats y ahora Rector de esa Universidad por proponerme como director del Departament d'Arquitectura de la Universitat Rovira i Virgili (2014-2016), y ser reconocido como tal por el entonces Rector Dr. Josep Anton Ferré Vidal. Allí compartir docencia con los doctores: Jordi Sardá, Arturo Frediani, Toni Gironés, Pau Sola Morales, Roger Miralles, Josep M^a Toldrá, Albert Samper, Blas Herrera, Gerard Fortuny.

Pero todo el conocimiento empieza en la infancia, y en mi caso en el Colegio *Sant Lluís*, cuya estructura arquitectónica fue fundada por Carlos V siendo una de las piezas más reconocidas del Renacimiento español. Allí el Rvd. Federico Domingo Fibla nos enseñó los límites de la disciplina y de la libertad.

De él aprendí el gran valor de la formación. Por ello he de agradecer a aquellos que voluntariamente han aceptado participar en el legado de parte de mi conocimiento. Especialmente a aquellos que han hecho de su carrera la Universidad como

los doctores, Agustí Costa Jover, Sergio Coll Plá, Íñigo Ugalde-Blázquez, Ricardo Gómez-Val y Cinta Lluís Teruel, como también a Mónica López Piquer. Otros entrañables como la Dra. Mónica Cejudo y su familia en México.

Agradecer la posibilidad de colaboración con los cardenales Ricardo M^a Carles Gordó, Lluís Martínez Sistach, el arzobispo Enrique Benavent Vidal, y del obispo Xavier Salinas i Vinyals, el gran impulsor del Plan Director de la catedral y a quien se debe la renovación de la Basílica catedral del siglo XXI. Como también de los deanes de catedral Aurelio Querol Lor, Manuel García Sancho, Manuel Giner Mercè, Josep M^a. Tomas Prats, José Luis Arín Roig con los que compartí formación y proyectos. También a los Archiveros, sin los cuales no hubiese sido posible una parte importante de mi investigación, a los canónigos Salvador Ballester, Josep Alanyà Roig. Al Prof. Menso Folkerts del Max Planck Institutes de Berlín y al Prof. Charles Burnett del The Warburg Institute, University of London por su colaboración en la fijación de algunos códices del ACTo.

También a quien nos hace fácil el poder aprender de Roma como la Dra. Eva Fernández Huéscar Cortés y del Vaticano al Nuncio Monseñor Paolo Rocco Gualtieri, y muy especialmente a Monseñor Dr. Jordi Bertomeu Farnós quién siempre atento y con complicidad del Santo Padre nos descubre un saber de principios Eternos contenido en él.

También el sentir del privilegio de poder colaborar con la institución Teresiana, bajo el auspicio de Amelia Pérez de Camino Palacios, Elena de Sales Murillo, Nina Bosch Vallés y Cristina Martínez Piérola, en las obras de la Orden.

Quisiera resaltar también mi admiración por la conservación del patrimonio de la Vall d'Aran y mi colaboración con Elisa

Ros Barbosa del Conselh Generau dera Val d'Aran y en especial a Jèp de Montoya i Parra presidente de la Academia Aranesa de la Lengua, y mi vinculación en ella dentro de sección Historia y Patrimonio. A Marco Viló y Eva Jaquet por compartir tanto y tanto de la Val d'Aran y así como con Ana Montoliu y David Tarrado donde pudimos desarrollar el teorema del NHAC. Extensivo en este ámbito aranes a mis amigos que con su madurez tanto me han enseñado Dr. Pere Barri y Pilar Soldevila, al Dr. David Moreta y Dra. Montse Puigrefagut, Andres Peña y Pilar Casany, a Fernando Berridi y Susana Bandrés y Modesto Etxeberria y Lurdes Odriozola.

He de mencionar también la montaña del Ports de Tortosa y Beseit de la que tanto he aprendido, y que he compartido también con Jordi Tomás, Tere Ripollés y sus hijas Tania y Nerea. En la mar he vivido con la familia Blakstad descubridora cultural de Eivissa en los años en que era desconocida la gran pasión de la arquitectura autóctona y de la que son sus guardianes.

Quiero también mi merecer a mis amigos de Sant Jordi, las largas tardes de sombra al albor del algarrobo, las prácticas filosóficas con Jesús Fernández, Nenuca Martínez, Joan Bonfill, Gemma Duart, Montse Castells, Mario Usón, Loreto Bou, Valentí Badia, Nuria García y Angel Forrellat, Jordi Casas, Gloria Beltran.

También a aquellos con los que platiqué en la Residencia de Estudiantes Ramón Lull entre los años 1975 y 1982 en los Seminarios de filosofía, cine, parapsicología y arquitectura con José M^o Ortega, Pep Roger, Paco Ferrer, Felio Calafat, Damià Vidal, Toni Soler, Miquel Albert, Eliseo Arrufat, Kunivert Bauzà, Josep Pere Peiró, Francisco Jiménez, Josep M^a Rotger, Javier Latorre, Pascual Mata o Xavier Bademunt.

A mis amigos de la infancia y cuya amistad compartimos Josep M. Nadal y Cinta Domingo, Gaspar Ricart (+) y Montserrat Renau, Alfonso Beltran y Maite Arasa, Joaquin del Pino y Maribel Escales, Lluís Santamaria y Pilar Costa, Victor Zaragoza (+) y Carmen Viñes, Juan Maria Pla y Montse Arasa, Josep M. Aiximeno y M. Jesús Curto, Miquel Castelló y M. Jesús Fabregat, José Subirats y Júlia Sánchez, Angel Guimerá y M. Jesús Galiana, Manuel Benet y Inma Bayerri, Josep Lluís Altadill y Asun Curto, Josep M. Fabregues y Cinta Igual, Antoni Bosch y Patri López, Esteban Canalda y Lurdes Piquer, José Miguel Marro y Lluïsa Roig, Enrique Algueró, Ricardo Huerta, Juan Daniel Martorell

Quiero agradecer en este acto la presencia de los chelistas titulares del Liceo Lurdes Kleykens Vidal y Joan Rochet Piñol que con su música siempre han acompañado a nuestra familia en nuestros actos más importantes.

Pero la Familia ha sido esencial en mi formación intelectual y moral, los consejos de mi tío José Alqueza, mi primo Gerard Ginovart y sus familias, siempre han estado presentes en mi ideario. El cariño de mis tíos Irene, Pepita, Fernando y Paco y de mis primos hermanos Paco, Mari, Irene y Mercè y en especial de mis abuelos Genoveva y Enrique a quien conocí y aquellos que ya no tuve la fortuna de convivir, Cinta y Agustí, pero cuyas referencias han sido esenciales.

He compartido una parte importante de mi vida con mi familia Política, mis cuñados Isabel y Juan Luis junto a mis suegros Pilar y Severino con un respeto y convivencia y que han llenado también mi día a día.

Pero todo esto partió de mis progenitores y sus respectivos oficios, mi Padre Agustí que me introdujo, heredando de su padre

en el arte de construir, y de mi Madre el de la costura, a quién al final de su vida le pedí poder tener un detalle de maestría, pidiéndole que me hiciera un abrigo, su contestación; *“No saps fill meu que jo només tallo roba de dona”*.

Su vida no fue fácil, mis tres hermanos que me dan fuerza desde el Limbo de los Justos hubo de ser una prueba muy dura, y allí aparecí yo, sin ellos, sin la fuerza que me transmiten yo no sería nada. Tampoco lo sería sin mi esposa Pilar, con la que hoy celebramos 37 años de nuestro matrimonio, con tu amor hemos construido una familia con nuestros dos hijos Cinta y Martí, que para nosotros lo son todo. Tomad, hijos míos el ejemplo de vuestra madre y que junto a Pau y Carolina podáis construir vuestro futuro familiar bajo los principios de la fe en la familia, la esperanza ante las adversidades y caridad con vuestros prójimos.

Cinta, Martí y Pilar lo sois Todo para mí y por ello os dedico estas palabras de Ingreso en esta Academia.



ÍNDICE

PRESENTACIÓN Y AGRADECIMIENTOS	7
DISCURSO DE INGRESO A LA ACADEMIA	17
LA DEFINICIÓN ETIMOLOGICA DE GEOMETRIA	25
LA INCONMENSURABILIDAD GEOMÉTRICA Y LA REACCIÓN	43
LA THEORICA DE LOS PROMOTORES	57
1. Glosa de Al-Haijaj a los Elementa de Euclides	62
2. Civitate Dei de San Agustín	65
3. Comentario del Timeo de Calcidio	70
4. Excerpta del Comentario del Timeo de Calcidio.....	72
5. El Comentarii In Somnium Scipionis de Macrobio	73
6. La Geometria Incerti Auctoris de Gerberto	75
7. La numeración de posición	78
8. Comentario Adelardo de Bath	82
ORIENTACION SACRA Y GEOMETRIA.....	85
1. Los métodos geométricos del trazado de la orientación.....	89
2. Precisión geométrica de los métodos orientación	96
3. Los instrumentos de trazado para la orientación	101
4. Ars gromaticae sive geometria Gisemundi	104
5. Un replanteo de la orientación de una catedral	109
LA PRACTICA DE LOS CONSTRUCTORES	117
1. La geometría del trazado del octógono	125
2. La geometría del trazado del heptágono	126
3. La geometria fabrorum de la traça de Guarc	128
4. El inconstruible tetradecágono absidial	130
5. Precisión de los pseudo trazados del heptágono	132
GEOMETRÍA CONSTRUCCIÓN Y MEDIDA	145
LA CONSTRUCCIÓN DE UN ÁBSIDE	155
THEORICA Y PRACTICA DE LA GEOMETRIA	163
1. Metrología de la planta del ábside y Agustín de Hipona	164

2. Metrología de la sección del ábside y Agustín de Hipona	168
3. La coronación de la Virgen y Agustín de Hipona	172
4. La pervivencia tardo clásica	179
REFERENCIAS	185
1. Bibliografía	212
2. Manuscritos	213
DISCURSO DE CONTESTACIÓN	213
1. Laudatio	213
Publicaciones de la Real Academia Europea de Doctores	229



⌘ EL DISCURSO DE INGRESO A LA ACADEMIA

Permítanme en primer lugar como arquitecto el glosar el edificio que alberga esta Academia, realizado por Adolf Florensa i Ferrer (1889 Lleida, 1968 Barcelona) y Josep Goday i Casals (Mataró 1881- Barcelona 1936) (De la Fuente 2023, 210-226). Con el primero participo de una similar praxis profesional en la intervención del patrimonio edificado. Con el segundo, la de haber compartido la experiencia de la arquitectura románica de la Val d'Aran, así como también la de su divulgación por su publicación tras su viaje en 1907 junto con Josep Puig i Cadafalch (Mataró 1867 - Barcelona, 1956).

En una Academia con cinco Secciones me llamaron la atención, por su transversalidad en mi ámbito de conocimiento, los discursos de los Excmos Doctores: Pilar Bayer Isant, *Els sòlids platònics* (1996); de Francesc Torralba Roselló, *La filosofia com a cura de l'ànima i cura del món* (2014); de la Dr. Sònia Fernández-Vidal, *Abrir las puertas de la Biblioteca de Alejandría* (2018); o el de Héctor Guerrero Rodríguez, *Analecta semántica y etimológica del término vox en la Edad Media* (2024).

Este reclamo, me hizo pensar en buscar un tema de posible interés diagonal para la mayoría de las diferentes Secciones, y que tanto en mi vida profesional como *magister opreis sedis Dertosae*, y de investigación como catedrático he abordado. Me referiré al término medieval de *practica geometriae* y bajo el concepto de la medida. Esta disciplina es utilizada por las tres grandes culturas monoteístas albergadas en el Mediterráneo y donde en el inicio de sus textos se invocan como referencia Sagrada.

Ramón Llull (1232-1316) en el manual de educación primaria de la formación cristiana de *La Doctrina pueril* (1274-1276), desaconseja el estudio de la geometría, porque requiere todo el esfuerzo del pensamiento humano, ya que éste, ha de estar dirigido al amor y contemplación de Dios. Pero aboga por la necesidad y la utilidad de la geometría como medida de elementos inaccesibles mediante el cuadrante del astrolabio (Llull 1907, 186). De aquí que Enrique de Aragón (1384-1434), más conocido como Marqués de Villena, traductor de la Eneida de Virgilio de la Retórica de Tulio, de Cicerón y de la Divina Comedia, de Dante y a quién se le atribuye un Tratado de astrología del Ms. Res/2 (BNE). *Inc.: Alano, doctor famoso e poeta speculativo* donde trata del astrolabio (Aragón 2008, 56-58) (Figura 1). Su praxis está constatada en el sitio de Balaguer 1413 al servicio de Fernando I de Aragón (1380-1416) con su medición del foso y muralla para realizar las escaleras para el asalto de la plaza (Millás 1960, 179-183).

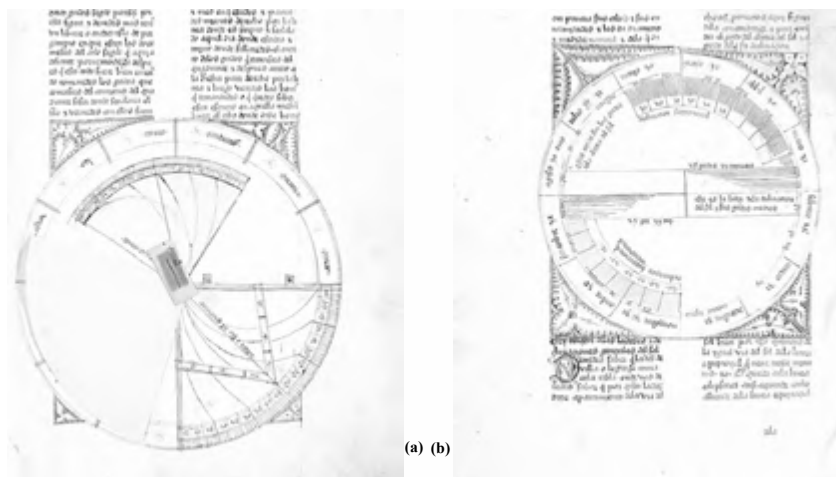


Figura 1. Tratado de astrología. (BNE Ms. Res/2). Astrolabio (fol. 42r), Estructura de los meses (fol. 47 v).

Leonardo da Vinci (1452-1519), en los *Quaderni di anatomía* (1485 – 1515) introduce el concepto de sección interior para el estudio de un objeto. En este momento Fray Giovanni Giocondo (c.1435-1515) publica en Venecia (1511) de tercera edición el *Vitruvius per Iocundum solito castigatior factus, cum figuris et tabula, ut iam legi et intelligi potest*. Ésta es la primera ilustrada de la obra de Marco Vitrubio Polion (c. 80- c.20 aC) donde los objetos tan solo se representaban con la *ichnographia*, planta, *orthographia*, alzado, *scaenographia* perspectiva (Vitruvio 1511, fol 4 r). Así que Leonardo junto con el profesor de anatomía Marcantonio della Torre (1481–1511) representan la sección del feto en el útero, conservado en la Royal Collection Trust RCIN 919102 de Buckingham Palace, siendo así, uno de los primeros ejemplos de introspección de la representación de los objetos mediante una sección (Figura 2).

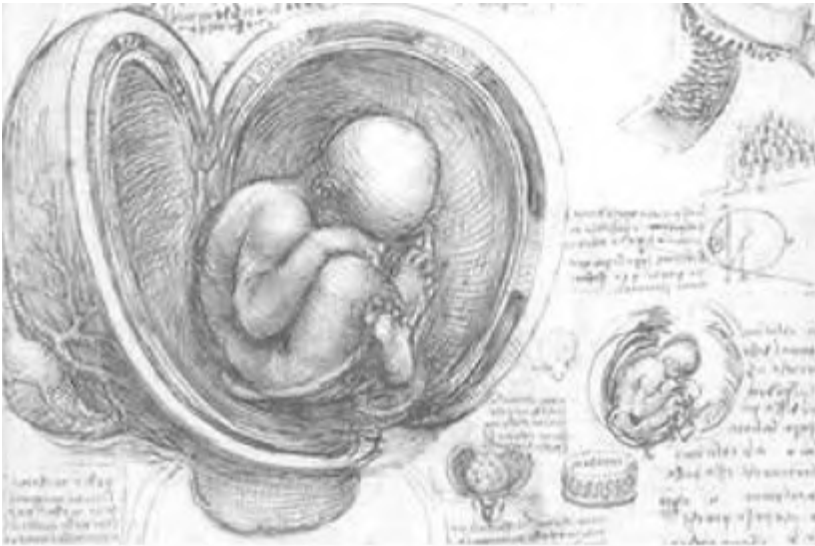


Figura 2. *Quaderni di anatomía*, Feto en el útero (c.1515) Leonardo da Vinci. Royal Collection Trust RCIN 919102.

La geometría aparece también en los Planes de Estudio de Medicina durante el siglo XVIII (Cabrera, 1990 165-167), como en los de Salamanca y Alcalá, de 1771 y en Cádiz donde se llega a publicar en 1788 un texto docente bajo el título de *Elementos de Geometria y Fisica experimental para el uso é instrucción de los alumnos del Real Colegio de Cirujia de Cadiz compuestos por D. Carlos Francisco Amelléz* (Amelléz 1788).

Felipe II (1527-1598) creó la *Academia Real Mathematica* en Madrid (1583) bajo la dirección de Juan de Herrera (1530-1597), recomendando el estudio de la *Mechanica* (Herrera 1584, fol. 10r-11r). Uno de sus profesores, Cristóbal de Rojas (1555-1614), publicó una regla utilizada para el dimensionamiento del estribado de arcos de base geométrica y conocida como del tercio. Ésta consiste en dividir el arco en tres partes y donde su proyección es la medida estructural del apoyo de los elementos constructivos (Rojas 1598, III, fol 97 r).

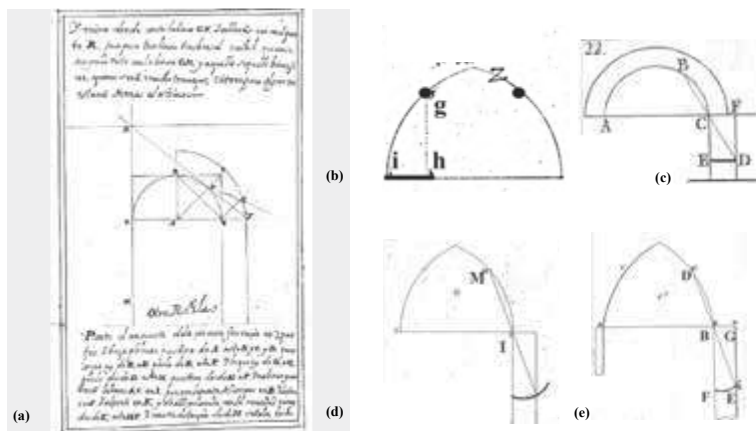
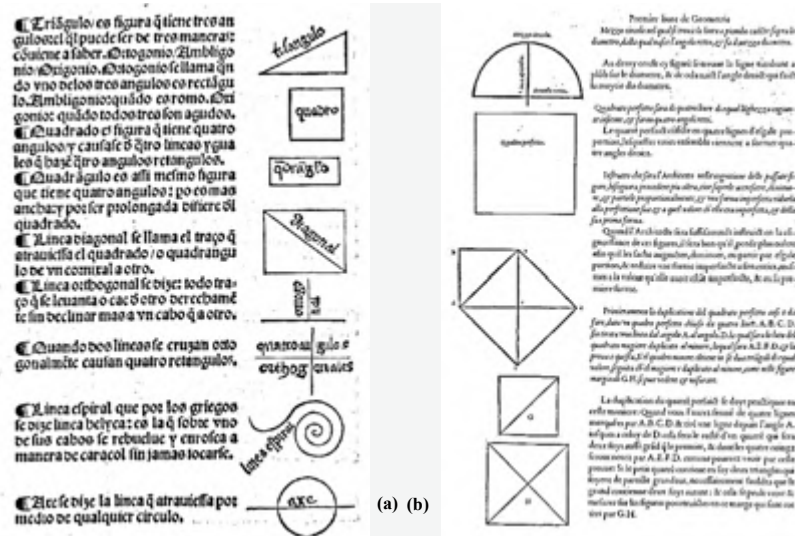


Figura 3.a) (BNE, Ms. Ms. 8884, fol.19v); b, c, d, e) Regla del tercio dimensionamiento de estribado de arcos.

La obra es cronológicamente coincidente con el manuscrito *Cerramientos y trazas de montea* (c. 1598- 1608) del arquitecto Ginés Martínez de Aranda (1556-1620) (Ms. 457, fol. 5-6) (Figura 3.b). Como la Rodrigo Gil de Hontañón (1500-1577) recogida en el *Compendio de Arquitectura y Simetria de los Templos* (1681) de Simón García (fl. 1651-1681) · (BNE, Ms. Ms. 8884, fol.19 -22v) (Figura 3.a). Ésta es difundida en la ilustración francesa por François Derand (1588 -1644) con *L'architecture des voûtes ou l'art des traits et coupe des voûte* (Derand 1643, Cap IV, fol.11) (Figura 3.c) y François Blondel (1616-1686) con el *Cours d'architecture* (Blondel 1675, IV Partie, 419). Fue vigente en pleno siglo VIII en la obra del *Compendio mathematico* de fray Vicente Tomás Tosca (1651-1723) (Tosca 1712, 138, stampa 9, Tomo 5) (Figura 3.d) y en la *La science des ingénieurs* de Bernard Forest de Belidor (1698-1761) (Belidor 1729, L. II, Lam 6, fig. 1, 64) (Figura 3.e)

En algunos tratados de arquitectura van a aparecer argumentos específicos sobre el tratamiento de la geometría. El primer caso conocido fue las *Medidas del Romano* (1526) de Diego de Sagredo (c.1490-1528). Publicado en Toledo, es el primer texto de arquitectura publicado fuera de Italia durante el Renacimiento, como también el primigenio texto impreso en lengua española. Sagredo dedica un breve capítulo; *De algunos principios de geometría necesarios y muy usados en el arte de traçar* (Sagredo 1526, fol 6r-7v) (Figura 4.a).

Con posterioridad Sebastiano Serlio (1475-1554) dedicará *Il Primo libro d'architettura di Sebastiano Serlio, bolognese*, al necesario estudio de la geometría para la arquitectura (Serlio. 1545).



El libro de Geometría se abre con las definiciones de punto, línea y superficie, tomadas de los *Elementa* (c. 300) de Euclides (c.325- c.265 aC), seguidas de las de ángulo, polígono regular e irregular. La siguiente parte está dedicada al aprendizaje del arquitecto de las formas de aumentar, disminuir y dividir proporcionalmente figuras poligonales (Serlio 1545, fol 1r-22v) (Figura 4.b).

Walther Hermann Ryff (c. 1500-1548) publicará el *Der furnembsten, notwendigsten, der gantzen Architectur angehörigen mathematischen*, una obra dedicada a los necesarios aspectos para la mejor comprensión de las enseñanzas de Vitruvio. En el inicio de la edición introduce una importante parte geométrica de Sebastiano Serlio (Ryff 1547, fol. 1r-Xv). En otros aspectos hace referencia a autores como Leon Battista Alberti (1404-14729, Nicolás de Cusa (1401-1464), Alberto Durero (1471-1528) o del ingeniero militar Reinhard zu Solms (1491-1562).

Esta pluralidad de obras de geometría práctica alcanza disciplinas como la sastrería. Así Juan de Alcega, (fl. 1580) publicará en Madrid en 1580, la primera edición de *Libro de geometria, practica y traça: el qual trata de lo tocante al officio de sastre para saber pedir el paño*. Esta obra impresa en formato apaisado es el primer tratado de sastrería publicado en Europa (De Alceda 1580) (Figura 5).

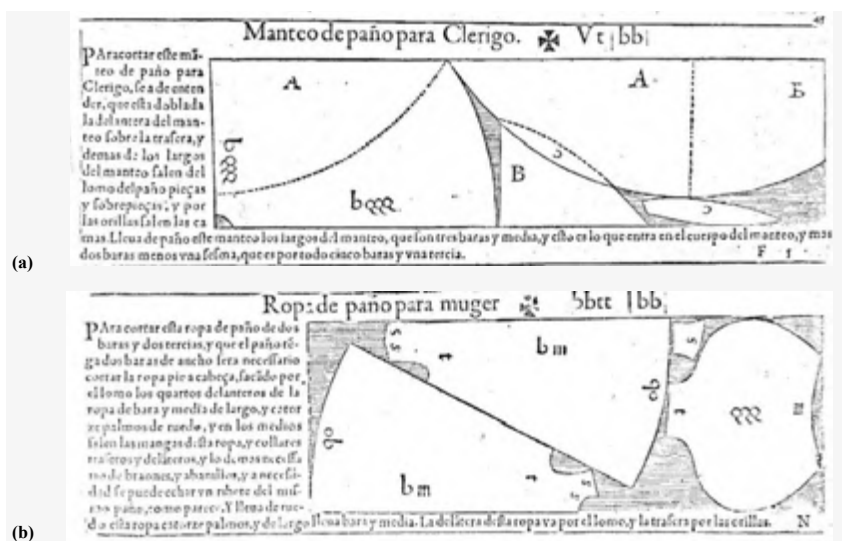


Figura 5. *Libro de geometria, practica y traça: el qual trata de lo tocante al officio de sastre para saber pedir el paño* (1580) de Juan de Alcega. a). Patronaje para clérigo: b) Patronaje para la talla de ropa de mujer (BNE R/7641).

En la primera parte incluye los cálculos aritméticos necesarios para adecuar las medidas de una tela de anchura determinada a otra tela de distinto ancho. En la segunda, dibuja las diferentes secciones de los patronajes de las prendas señalando su escala. Finalmente, a cada tipo de prenda le asigna una tabla, y donde en la misma, se indican las longitudes de los retales que hay que cortarlas balas de tela de diferente anchura.

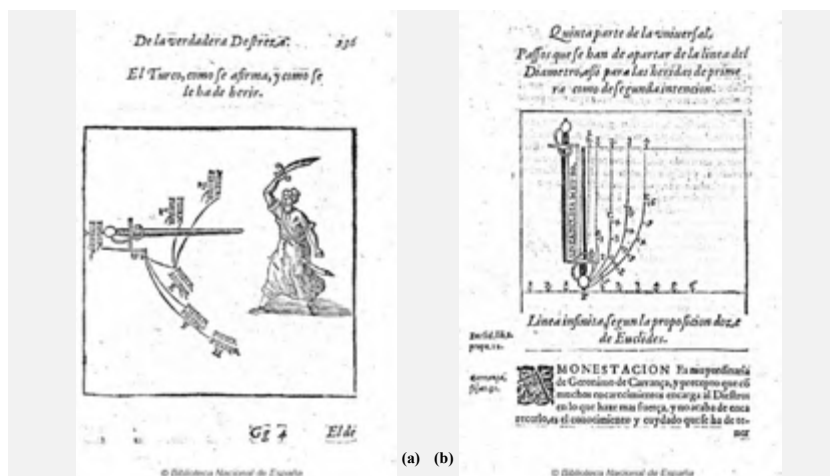


Figura 6. Libro de las grandezas de la espada (1600).
Luis Pacheco de Narváez. a) Truco de como se ha de herir; b) Referencia
a la proposición doce de Euclides. (BNE R/12148).

Pues así bajo esta transversalidad de la necesidad del conocimiento y utilidad de la geometría en muchas disciplinas, permítanme construir mi discurso en los términos de la *practica geometriae*, depositada en la Biblioteca de Alejandría. Voy a versar sobre la llamada *geometria fabrorum* (Ruiz de la Rosa 2005, 1001-1008) que fue generada bajo el saber de los promotores y constructores de las grandes catedrales góticas.



❧ LA DEFINICIÓN ETIMOLOGICA DE GEOMETRIA

Isidoro de Sevilla (c. 560- 636), cuenta en las *Etymologiae* (c. 627-630) que los inventores del nombre de geometría fueron los *mensores* de las dinastías de los reyes Ptolomeo en Egipto, asumiendo que dicha ciencia investiga la medida. Su labor y función era la de poder reconstruir los límites de los campos tras las inundaciones anuales del Nilo. Tuvo así su inicio en la medición de la tierra, conservando por ello el nombre de lo que fue su origen. De ahí que su denominación derive del griego, tierra se denomina *gé*, y medida, *metra*. El contenido de esta ciencia son las líneas, las distancias, la extensión y las figuras; en las figuras considera las dimensiones y los números. (Etym III. 10) (Isidor Sevilla 2004, 425-427) (Figura 7). Las afecciones de este término aparecerán como *mensuratio* en Latin, *middot* en Hebreo, *taksir* en árabe, y donde en término superficie para ser medida lo hara como *embados* en griego, *misāha* or *taksir* en árabe, *Mešīḥah* in hebreo, *agri* or *campi* en latín.

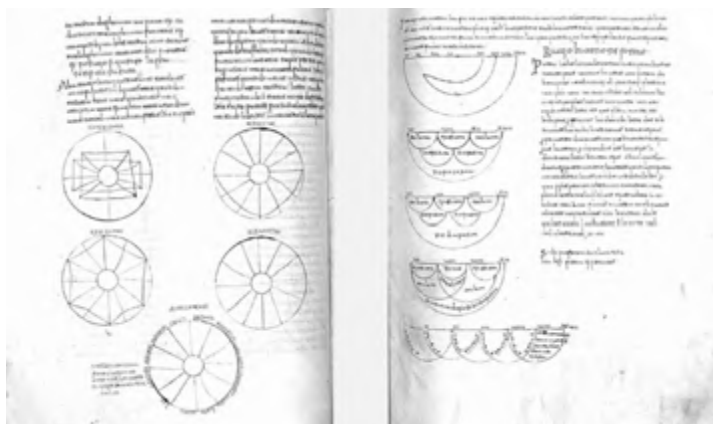


Figura 7. *Etymologiae*. BNE Ms10008 (fol. 40v, 41r).

Pese a esta visión eminentemente práctica de la medida de la geometría, en la tradición de la filosofía occidental está asentada en el *Timaes* (c. 360 Ac) de Platón (c.424 - c. 347 Ac). Allí se plantea la belleza de las formas, y toma como referencia de su máxima la expresión la del triángulo rectángulo y de entre todos ellos, el isósceles (a, a, a) [1,1,. Nosotros lo reconocemos como escuadra, la simetría por la hipotenusa construye un cuadrado (Tim. 53 C) (Figura 8.a). Se refiere también a la formada por un triángulo el escaleno cuya hipotenusa es el doble que su cateto menor ($a, 2a, a/2$) [1, 2, a la que llamamos cartabón, *escartabont* en occitano (Tim. 53 D) (Figura 8.b). Con sus cinco simetrías por el cateto mayor del escaleno Platón construye un triángulo equilátero (Tim. 54 C) (Figura 8.c). El cuadrado lo generará con tres simetrías, o tres rotaciones del isósceles Tim. 55 B) (Figura 8.d) (Cornford 1937: 210 218).

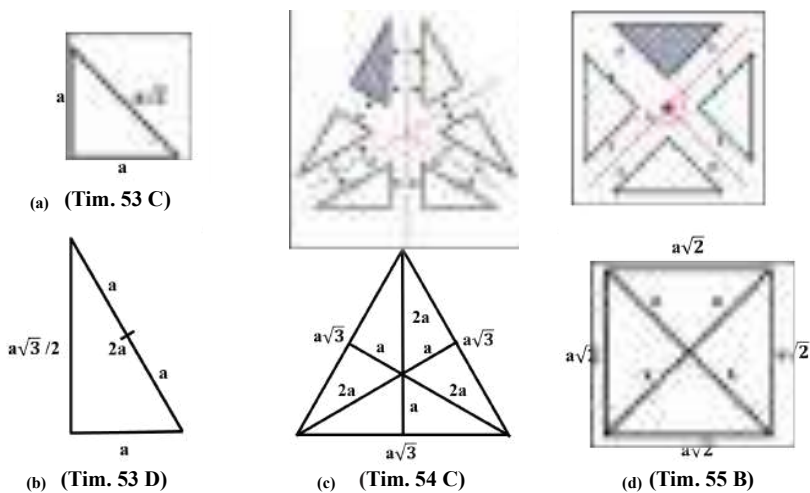


Figura 8. *Timaes* (c. 360 aC). a) Triángulos escuadra; b) Cartabón; c) Triángulo equilátero; d) Cuadrado.

Los *Elementa* de Euclides, el libro más editado y traducido después que la Biblia han tenido dos fuentes básicas de transmisión.

La primera atribuida a Teón de Alejandría (c. 330-c.400) escrita en griego y conservado en el Ms. Bodleian Library 301 D'Orville de Oxford sobre los que ha trasladado la gran mayoría de traducciones ediciones (Figura 9.a). Será la base de la edición príncipes es de 1482 editada en Venecia por el impresor alemán Erhard Ratdolt (1442-1528) bajo la compilación de Campanus de Novara (1220-1296) y cuya edición se basó en la edición limitada de Adelardo de Bath (1075-1166) (Euclides, 1482) (Figura 9.b).



Figura 9. *Elementa* de Euclides. a) Ms. Bodleian Library 301 D'Orville de Oxford; b) Edición príncipes de Vencia por el impresor Erhard Ratdolt (1482).

La segunda descubierta por François Peyrard (1760-1822) en 1808 a través del Ms. Vaticanus Graecus 190 cuya base griega es anterior a la de Teón. Publicará la transcripción en tres tomos entre 1814 y 1818 y recogido como *Les Oeuvres d'Euclide, en grec, en Latin et en Français. D'après un très-ancien qui était resté inconnu jusqu'à nos jours*.

Johan Ludvig Heiberg (1854-1928) incorporó la copia de Peyrard, así otras fuentes, para recrear una versión latina auténtica, publicada en cinco tomos entre 1883-1888 como *Euclides Elementa edidit et latine interpretatus est I. L. Heiberg*.

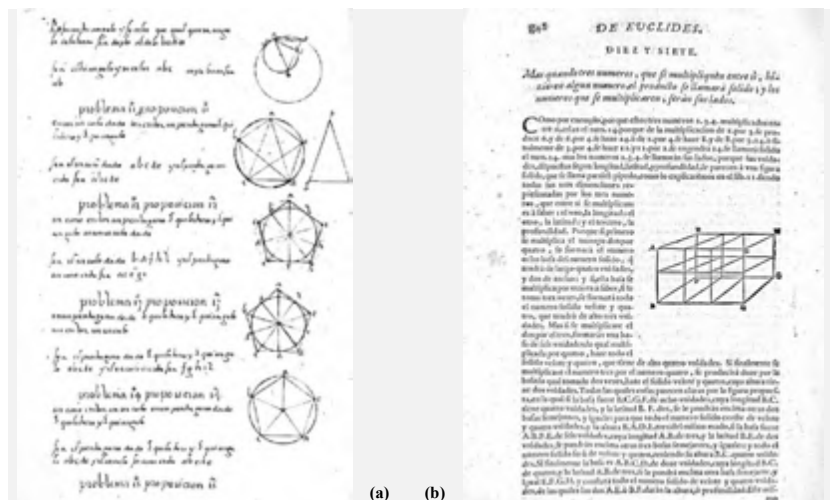


Figura 10. *Elementa* de Euclides en castellano.

Pese a la existencia del manuscrito *Textos de los quince libros de los Elementos de Euclides romanceados por Rodrigo de Porras* de principios del siglo XVII (BNE Ms 9285) (Figura 10.a). Los *Elementa* no serán publicados en España hasta que en Sevilla el año 1576 apareciera *Los seis libros primeros de la geometria de Euclides. Traduzidos en lengua española por Rodrigo Çamorano* por Rodrigo Zamorano (1542- 1620) (Euclides 1576). El interés por Euclides hará que Fray Lorenzo de San Nicolás (1593-1679) lo introduzca en la *Segunda parte de Arte y Vso de Architectura* de los *Elementa* de Euclides, concretamente el *Libro quinto de los elementos de Euclides, traducido de latin en Romance* (De San Nicolás 1665, 269 -350) y lo que define como el libro séptimo, en los folios (De San Nicolás 1665, 338-411) (Figura 10.b).

Otra evidencia del conocimiento de la geometría por parte de clérigos y laicos es la de la *De architectura* (c.15 aC) de Marcos Vitruvio Polión (c.80-c.20 aC). Ha habido intentos de buscar la influencia directa de Vitruvio en la arquitectura

medieval, pero ha sido muy cuestionada (Kruft 1991, 31-41). Su empleo generalizado como referente arquitectónico, no se realizará hasta el descubrimiento del código Poggio en el monasterio de San Gallen hacia (1415) por Gian Francesco Poggio Bracciolini (1380-1459). En la actualidad se conservan 132 códigos realizados hasta el siglo XV (Schuler 1999). El código más antiguo conservado Harley MS 2767 (H) (c. 800 - 825) de British Library perteneciente al entorno de la corte de Carlo Magno. Estos textos apenas contienen ilustraciones a excepción de la torre de los vientos (LI, VI, 12), y que servirán para trazar la orientación (Figura 11).

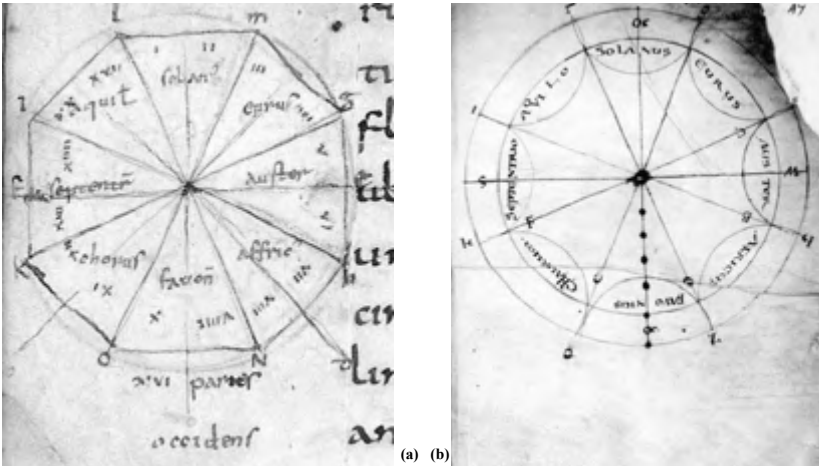


Figura 11. Vitruvio *De Architectura*. a) Harley MS 2767 (H) (fol. 16 v) British Library (c. 800 - 825); b) BnF La. 7227 fol. 25r) *Vitruvii Pollionis ad Imperatorem Augustum libri decem de architectura* (c.1200).

El arquitecto palatino Eginardo (770-840) que edifica un arco de triunfo para el monasterio de Maestrich, aconseja comprenderlo e interpretarlo en sus *Epistolae* (Cervera 1986, 35-58). Las *Constitutio* de York (926) promulgan el estudio de Euclides y Vitruvio (Cervera 1978, 44) y el obispo Oswald de Morcester (912-992) acudió a la geometría para la fundación de la abadía de Ramsey (969) (Harvey 1972, 107).

Las ediciones impresas sitúan en el libro IX una parte dedicada a la geometría. Allí se aborda la medición de la tierra, se dice a través de Platón, del teorema de Pitágoras y de la construcción de escaleras a través de éste. Lo hace la edición de Venecia de 511 de Giovanni Giocondo (c.1435-1515) (Vitruvio 1511, 83r-85r) (Figura 12.a), así como la de Como de 1521 de Cesare Cesariano (c.1483-1543), (Vitruvio 1521, fol. CXXXXII v- CLXVr) (Figura 12.b).

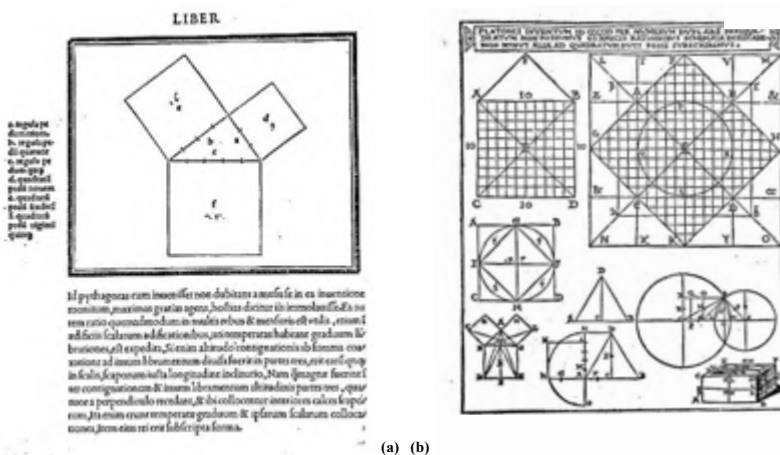


Figura 12. Geometría en las primeras ediciones de Vitrubio. a) Vitruvio de Giocondo (1511) Vitruvio de Cesare Cesariano (1521).

La geometría aparecía en el libro cuarto de las *Disciplinarum libri IX* de Marcus Terentius Varro (116-27 aC), (Ritschl 1877, 352-402). Forma parte de su clasificación de las siete ciencias del *trivium* y *quadrivium* a las que se añade la medicina y arquitectura. Define la geometría en los términos de medida. Se le atribuye la *Excerpta e geometria* y *Aliud fragmentum geometriae* que tendrá una cierta difusión en la Edad Media (Bubnov 1899, 503-508). Pero pese a este criterio formativo, la esencia etimológica de la palabra geometría, como medida de la tierra, aparecerá en la obra de los agrimensores romanos. Son considerados como gromáticos, como especialistas en la utilización

de la groma para el trazado de castrametación, agricultura o ciudades (Figura 13.a), pero también de las figuras geométricas (Figura 13.b).

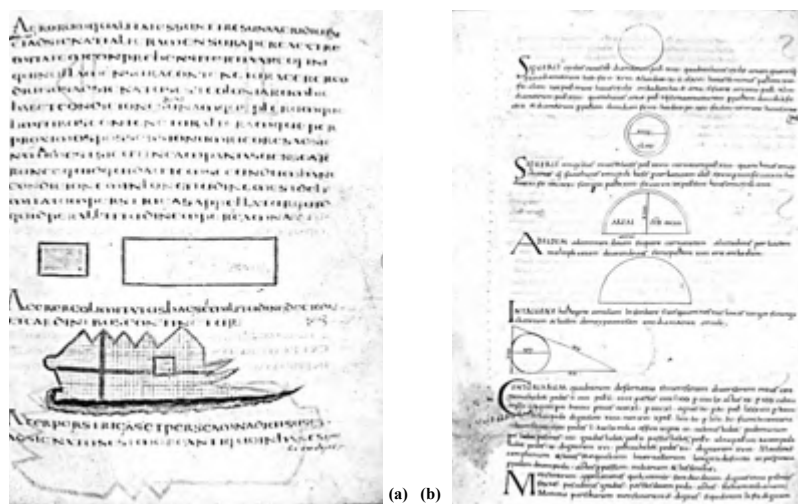


Figura 13. *Agrimensores veteres Romanorum*. a) Cod. Guelf. 36.23 Aug. 2°; Heinemann-Nr. 2403 (fol.17 r.) (c.5000); b) Ms 337 Bibliothèque municipale de Valenciennes.

El gaditano Columela (4 dC.- c. 70) *Iunius Moderatus Columella*, en el inicio de su *Liber Quintus* de la *De re rustica* define la geometría, como medida, es una función específica de la agromensura. Dice que la ordenación de los campos no es función del labrador, sino del agrimensor. Comenta que los arquitectos, que disponen de la precisión del orden de la medida, cuando proyectan y construyen el edificio necesitan de otra profesión distinta para medir el edificio y calcular el valor de la obra (Columela 1879, 220).

La experiencia de las fuentes gromáticas nos permiten, entre cosas, el geometrizar las orientaciones (Dilke 1967, 9-29). Higinio Gromático (fl. 98-102), en *De limitibus constituendi* (La. 166-208) determina los ejes del curso del sol, E-O y el eje del

mundo N-S, cuyo origen está en la tradición Etrusca. Otro método se realizaba a partir del punto por el que se producía la salida del sol el día de la fundación de la ciudad, el *Die Natalis* de su fundador (Aveni; Romanom 1994, 545-563). En los *De limitibus*, Frontino (c. 30-104) (*La.* 26-33) se enfrenta a la orientación de los ejes meridianos, menciona las referencias históricas (III.1) y los errores inducidos (III.5, III.12), pero no hay ninguna descripción que determine el azimut de la línea meridiana (Guillaumin 2005, 157-161).

En otros casos, la orientación equinoccial, apoyada en la práctica de divisiones parcelarias rurales, se operaba con la técnica del *varatio* de Marcus Iunis Nypsius (f. 200) descrita en *Fluminis varatio* (*La.* 285) y *Limitis repositio* (*La.* 286-295) Orfila-Pons; Chávez-Álvarez; Sánchez López 2017, 113-134).

Los principales transmisores de la teoría proporcional de la geometría platónica a la cultura medieval europea se realizan a través del *Timaeus a Calcidio translatus commentarioque instructus* (Comentario del Timeo de Platón) de Calcidio (fl. 350), y editado por Augustinus Iustinianus en París, en la imprenta de Jodocus Badius Ascensius (1520).

En su Cometanrio trata la cuestión de la proporcionalidad desde la Genesis del Cosmos, y dedica unas citas a las modulaciones armónicas, concretadas en: diatesarón (4:3), diapente (3:2) y el epogdo (9:8) (*Com. Tim. Cal.* 8-51) (Waszink 1975, 61-100) (Figura 14.a).

En el *Commentary on Somnium Scipionis* (Comentario del Sueño de Escipión) de Macrobius (fl.400) editado en Venezia (1472) por Nicolaus Jenson, se aborda la unión de los cuatro elementos según el *Timaeus* (*Com. 1.6,24-33*) (Stal 1990: 104-106) y en el segundo libro, trata las relaciones armónicas y la música de las esferas (Stal 1990: 188-193) (Figura 14.b).

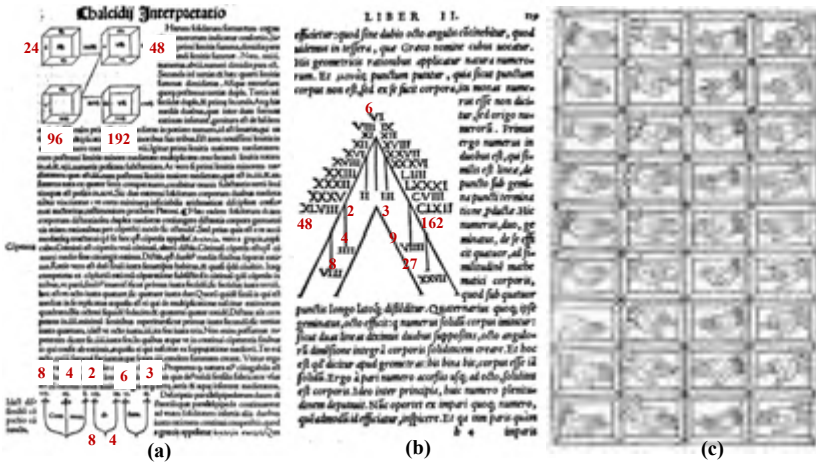


Figura 14. *Chalcidii Viri Clarissimi Luculenta Timaei Platonis traductio* (1520), p. 16r, Calcidio (fl. 350); b) *Macrobius Aurelius Theodosius, uiri consularis, In Somnium Scipionis libri II* (1532), p. 119 Macrobius (fl.400); c) *Martianus Felix Capella de Nuptiis Mercurii et Philologiae, cum adnotationibus Ioannis Dubravii* (1515) Marciano Capella (fl. 430).

También la transmisión se va a realizar con la *De Nuptiis Philologiae et Mercurii* (Las bodas de Filosofía y Mercurio) de Marciano Capella (fl. 430) (Figura. 14.c), publicada por Henricum de Sancto Urso en Vicenza (1499), cuyo libro nueve está dedicado al desarrollo de la armonía musical (Ramelli 2001: 634-713).

También lo hará Agustín de Hipona (354-420), que reconocerá en el *De ordine, libri duo* (386) que el programa del *Trivium* y *Quadrivium* es el instrumento básico para la comprensión de las Sagradas Escrituras. Propone la formación del hombre en las artes (*De Ord.* II.16, 44) (Agustín de Hipona 1969, 678-679) ya que promueven la elevación del espíritu en el camino de ida hacia Dios. Considera que la erudición moderada y racional en las artes liberales hace al hombre más ágil y constante en el encuentro de la verdad de su conocimiento (*De Ord.* I.8, 24) (Agustín de Hipona 1969, 617). En las *Confessionum, li-*

bri tredecim (397) se encuentran la geometría, la música y la aritmética, porque la capacidad de entender y la agudeza en el discernir son dones de Dios (*Conf.* IV, 16, 30), (Agustín de Hipona 1958, 185). Resuelve que lo que se desenvuelve razonablemente en formas ordenadas, fue designado con el nombre de ritmo, que en latín sólo puede llamarse *numerus* (*De Ord.* II, 14, 41), conectando así, la aritmética con la geometría (Agustín de Hipona 1969, 76).

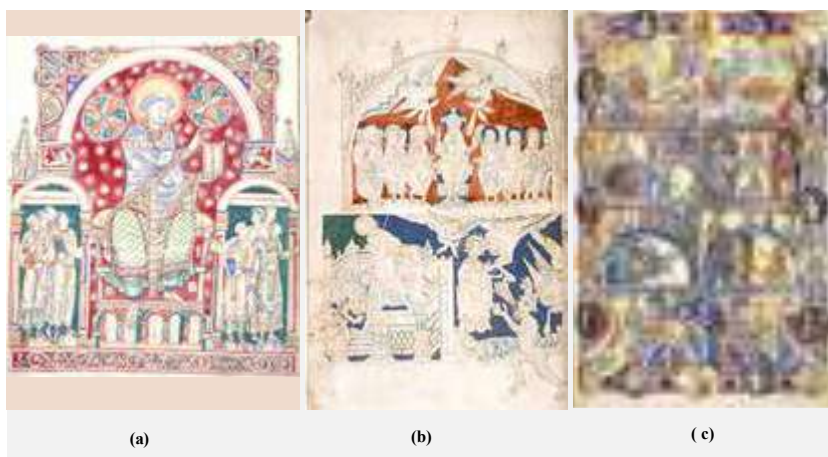


Figura 15. Primeras ilustraciones del *De civitate Dei*. a) Medicea Laurenziana de Firenze (c.1120); b) Bodleian Library de Oxford (c.1125-1149); c) Bosau (Bibliothek der Landesschul (1168-1180).

De manera que ve la necesidad del estudio de los números para el orden de la música, la geometría y el movimiento de los astros (*De ord.* II, 5,14) (Agustín de Hipona 1969, 647-648). En el *De Genesi ad Litteram libri duodecim* (401) recuerda que el número sin número es áquel por el que son formadas todas las cosas. El peso sin peso es áquel por el que se establece el equilibrio reduciendo todas las cosas a quietud (*De Gen. ad litt.* IV.8) (Agustín de Hipona 1957 731). Define la geometría en la hermosura de las figuras; en las figuras las dimensiones; y en las dimensiones los números. Indagó si en lo real están las líneas y las

esferas o cualquier otra forma y figura, como se contienen en la inteligencia, llamando geometría a la ciencia que distingue y ordena estos conocimientos (*De Ord.* II.15, 42) (Agustín de Hipona 1969, 678-679). Pero será en la *De civitate Dei* (ACTo 20) donde se referirá al número con respecto a la Creación (*Civ Dei.* XI.31) (Agustín de Hipona 1958b, 769-771) (Figura 15).

Junto con los autores neoplatónicos, Boecio (c.480- c.525), (Anicius Manlius Torquatus Severinus Boethius) va a sintetizar el concepto y la figura del número a través del filtro tardo clásico en la *De institutione arithmetica* (Friedlein 1867, 1-173) (Sánchez 2002, 16-175). En la primera parte del Libro I, Cap. 8-31, considera a los números pares o impares. Los números pares pueden ser: pares impares ($2p$), pares impares ($(2n+1) 2$ y pares impares ($(2n+1) 2p$).

Estima que las relaciones recíprocas pueden ser iguales o desiguales y entre éstas últimas: *multiple*; *superparticulier* ($a+1:a$); *superpartient* ($a+m:a$) and $m>1$; *multiple superparticulier* ($na+1:a$) y *multiple superpartient* ($na+m:a$) (Guillaumin 2002: 16-66). Termina el segundo libro (*Inst. Arith* 2. 48-54) con la relación numérica de la aritmética y la proporción armónica: diapasón (dupla 2:1), octava, [12/6], diapente (sesquialtera 3:2), quinta perfecta [9/6], diatasseron (sesquitertian 4:3), cuarta perfecta, [8/6 y 12/9] y tono [9/8], conocido como segundo mayor (Guillaumin 2002: 159-178).

Los números adquieren formas a partir de su magnitud de las secuencias geométricas, de manera que logran formas lineales (*Inst. Arith* 2.5), los que se asimilan a las figuras planas rectilíneas que se generan a partir del triángulo (*Inst. Arith* 2.6) de forma similar al *Timaeus*. A partir de aquí se generan los números poligonales y triangulares [$1, 3, 6, 10... \frac{1}{2}n(n+1)$], donde la suma de los n primeros números naturales es un nú-

mero triangular (*Inst. Arith* 2.8-9). Los números cuadrados [1, 4, 9, 16, 25... $\frac{1}{2}n(2n - 0)$], la suma de los n primeros números naturales impares es un número cuadrado (*Inst. Arith* 2.10-12) (Figura 16.a) y así sucesivamente.

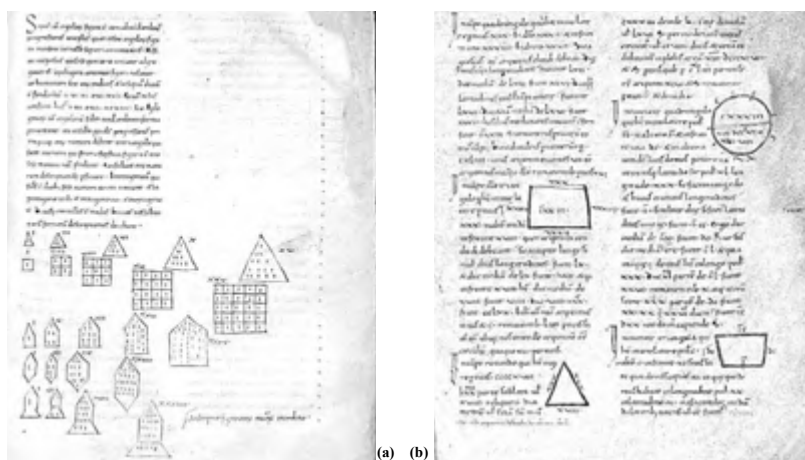


Figura 16. Tratados de aritmética, música y geometría (BNE Ms. 9088).

a) *Boetii de arithmetica* (fol 24 r); b) *Boetii de geometria* (fol. 146 r).

De manera que se generan también los números pentagonales [1, 5, 12, 22... $\frac{1}{2}n(3n - 1)$] (*Inst. Arith* 2.13-14) y los hexagonales [1, 6, 15, 28... $\frac{1}{2}n(4n - 2)$] (*Inst. Arith* 2.15-16). Examina los números solidos (*Inst. Arith* 2.20) como aquellos de forma volumétrica, siendo números tetragonales y cúbicos (*Inst. Arith* 2.25) (Guillaumin 2002: 92-117). La teoría proporcional se desarrollará en el *De institutione Musica libri quinque* (Friedlein 1867, 175-371) (Villegas 2005, 21-207). Se le atribuyen las Pseudo Boecio *Geometria I* (Blume; Lachman; Rudorff 1848, 393-416) (Folkerts 1982, 84-114) y la Pseudo *Geometria II*. (Friedlein 1867, 372-428) (Folkerts 1970, 109-171). Estas referencias servirán de base a la matemática de los autores del año mil, y cuyas figuras más representativas fueron Ruotger de Colonia (f.960), y el Papa matemático Gerberto de Aurillac (c.940-1003) (Pekonen 2000, 67-70).

Gerberto lego del monasterio de Saint-Gerald de Aurillac, completó sus estudios de matemática en Cataluña entre 967 y 970 con el obispo Atón de Vic (957-971) y con el abad Arnolfo (954-970) en el cenobio de Ripoll (Ginebra 1993, 269-282269-282) (Pladevall 1999, 651-663), (Torrents 1999, 13-16). Fue Abad del monasterio de San Colombano de Bobbio en 980, arzobispo de Rabena 998, y finalmente nombrado Papa (999-1003). Fue colaborador con Adalbéron Reims (c. 925-989) arzobispo de Reims con quien mantuvo correspondencia matemática (Riché; Callu, 1993).

Los catálogos de monasterios de Ripoll (Beer 1907), (Beer; Barnils 1910, 79-85) y de Bobbio (Genest 1996, 250, 260), a los podía tener acceso Gerberto disponían de *libri artium*. En Ripoll, *Prisciani II* [177-178], *Macrobius* [193], *Boetius* [194]. En Bobbio de los *Libros Boetti III arithmetica* [395-397], *Prisciani II unum de figuris numerorum alterum litera* [447-448]. En caso de Ripoll completado con el Ms. RIP 106 (Millàs 1931, 327-335), con pasajes de agrimensura y matemáticas y el Ms. RIP 225, con diversos tratados relativos al astrolabio (Millàs 1931, 275-324). La catalogación conduce unitariamente a las obras de Boecio (c.480-525) (Bernard 1997, 63-89). Lo hizo a través *De institutione arithmetica libri duo*, *De institutione Musica libri quinque* y las Pesudo Boecio *Geometria I* y la Pesudo Boecio *Geometria II*. Completaran este elenco, los pasajes *De Mathematica (Etym. III)* del *Etymologiarum sive originum* de Isidoro de Sevilla (560-636) (Oroz; Casquero 2000, 422-481) y el atribuido *Liber de Numeris* (Pardillos 2000, 285-305). También la *De Arithmetice Propositionibus* de Beda el Venerable (673-735) (Folkers 1972, 22-43), y las *Propositiones ad acuendos juvenes* (c.800) Alcuín de York (735-804) (Folkers 1999: 273-281).

En los albores del año mil, Gerberto compondrá la *Regulae de numerorum abaci rationibus* (980-982) (Bubnov 1889, 1-22),

donde introduce la numeración de posición, facilitando el cálculo del ábaco (Beajouan 1996,322-328) (Folkers 2001: 245-265). Lo hará también con la geometría la *Gerberti Isagoge Geometriae* (c.980-9821) (Bubnov 1899: 46-97) obra que está basada en su producción propia, y además, con la conocida como *Geometria Inceri auctoris* (c.1000) recopilación de diferentes fuentes incluso andalusís (Bubnov 1899: 310-365).

El concepto de matemática difundido por la Europa de las catedrales, tiene su origen en la *De Scientiis* del arcediano de Cuéllar de Segovia, Domingo de Gundisalvo (1110-1181). Su precedente fue el *Catálogo de las ciencias* de al-Fārābī (c.870-950). La matemática, *scientia doctrinali*, dice al-Fārābī, es una de las cinco ciencias que se conocen, la componen: la aritmética, la geometría, la óptica, la astronomía, la música, la ciencia de los pesos y la ingeniería. En las disciplinas de la Aritmética y Geometría, diferencia entre *theorica* y *practica* (González 1932, 97-105).

Gundisalvo utilizará los mismos términos en su capítulo tercero *De Scientiis*, con el matiz de la clasificación de la del *quadrivium*, al que añadirá *scientia de aspectibus*, la *scientia de ponderibus*, y la *scientia de ingeniis*. (Alonso 1955, 85-112).

Estos conceptos fueron divulgados en la tradición de las catedrales francesas, por el *Speculum Doctrinale* de Vicente de Beauvais (c.1194-1264). Las disciplinas del *quadrivium* las definirá: la aritmética (XVIII,5), la geometría (XVIII,36-37), astronomía (XVIII,46) y la música (XVIII,10) (Alonso 1955, 143-167).

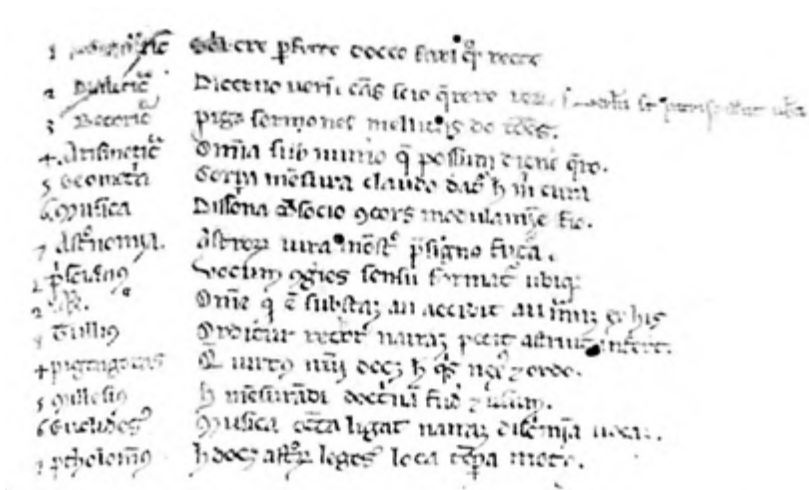


Figura 17. Definición de las *ars* medievales del (ACTo 40, fol 91 bis).

Estas aparecen en la Biblioteca Capitulare de la Catedral de Tortosa, en el penúltimo folio posterior de la guarda del fol. 91, (ACTo 40), tras la copia de los *Cánones* del Papa Alejandro III (c. 1105- 1181) (Bayerri 1962, 180) de finales s. XII. Allí se presentan las definiciones de las siete artes liberales, seguidas de los nombres de los siete personajes representativos de cada una de ellas (Lluís i Ginovart 2014, 7-34) (Figura 17).

El *escriba* las define, las numera con números arábigos. Así el *trivium*, son representadas por, Priscianus, Aristóteles y Tullius, definiendo las del *quadrivium* como:

4. *Arithmetica: Omnia sub numero que possum discernere quero.*
5. *Geometria: Corpora mensura claudō, data hec mihi cura.*
6. *Musica: Dissona consilio consors modulamine studio*
7. *Astronomia: Astrorum iura monstro persigno futura*
4. *Pitagora: Quid uirtus numerus docet hec qui nexus et ordo*

5. *Millesius: Hec mensurandi doctrinam fundit et usum.*
6. *Euclýde: Musica cuncta ligat narrat discrimina uocat*
7. *Ptholomeus: Hec docet astrorum leges loca tempora motus*

Un siglo posterior que el copista de Tortosa, Ramon Llull, dentro del *Ars Brevis* (1307) propone como definiciones del *quadrivium* (Ars. Bre. Part X), (Bonner 1989, 1. 579).

82. *Gemotria és atrobada a mensurar línees, angles e figures*
83. *Astronomia és art al la qual lo astròleg coneix les virtuts e moviments los quals lo cel ha en les sores inferiors jussanes efectivament*
84. *Arismètica és art atrobada en mombrar moltes unitats*
85. *Música és art atrobada a ordenar moltes veus concordants en un cant.*

Nuestro territorio, próximo por su posición limítrofe entre culturas en el territorio peninsular entorno al cambio del primer milenio, ha sido rico en estas cuestiones de geometría y serán esenciales en el acompañamiento del discurso.

El *Ars gromatica Gisemundi* (c. 880), de Gisemundo tratado relativo a la agrimensura (fol. 76-86), fue estudiado y en parte editado por Josep Maria Millàs Vallicrosa (1897-1970) (Millàs 1931, 327-335) y editado recientemente (Andreu 2016) partir de la tesis doctoral de Ricardo Andreu Expósito con su traducción y edición crítica (Andreu 2012) (Figura 18.a).

La obra Abraham Bar Hiyya (c. 1065- 1145) conocido también como Abraham Iudaeus Savasorda, quien realiza en hebreo el *Hibbur ha-mēšīḥah wē-ha-tišboret* (Millàs 1931b), así como la traducción latina de la obra realizada por Platón de Tívoli (fl.1134-1145) *Liber embadorum* (Curtze 1902, 3-183).



Figura 18. Archivo de la Corona de Aragón, Manuscritos Ripoll, 106 (fol. 77r).
 Archivo Capitular de Tortosa ACTo 80, (fol. 161 v).

La *Geometria del còdex 80* (S. XII) de la catedral de Tortosa obra apócrifa de Gerberto de Aurillac (Lluis i Ginovart, Baiges, Alanyà 2016) (Figura 18.b).

La obra de geometría de Ramón Llull el *Liber de nova et compendiosa geometria* (1299) (Millàs 1953), y de la *De quadratura et triangulatura circuli* (1299). (Llinarès 1989).



⌘ LA INCONMENSURABILIDAD GEOMÉTRICA Y LA REACCIÓN

El matemático y canónigo de Noyon, Charles Bovelles (1478-1567) en le *Livre singulier et utile, touchant l'art pratique de geometrie* (1542), reconocía que una figura tan importante para el simbolismo cristiano como el heptágono, que se genera por el número en que Dios crea la perfección del mundo, no aparecía en los *Elementa* de Euclides.

La catedral de Noyon tiene un ábside poligonal con cinco capillas radiales, como Burges, Reims, Sens o Tours, pero conocía otras con siete capillas como Amiens, Beauvais o Chartres. La figura del heptágono no aparece en los *Elementa* traducidos por Adelardo de Bath (en 1142 (Heath 1908, 2. 88-111), ni en el *Almagesto* de Ptolomeo (c.85-165) trasladado por Gerardo of Cremona (1114-1187) alrededor de 1175 (Toomer 1984, 35-74).

Charles Bovelles, conocedor de la practicas de geometría, era autor del *Geometricum Introductorium* (1503) publicada en Paris en 1510, construyendo el heptágono a partir del hexágono del lado del semidiámetro del círculo (Bovelles 1510, 196) (Figura 19.a) Parte de la obra es traducida como *Geometrie en François* (1511) donde incluirá un nuevo método a través del triángulo formado por dos lados contiguos (Bovelles 1511, 18v-19v) (Figura 19.b). En el *Livre singulier et utile, touchant l'art pratique de geometrie* (1542), determina un nuevo trazado del heptágono por división angular (Chap.2.60) (Bovelles 1542, 25v-28r) (Figura 11.c).

Corroborará esta tesis en la posterior edición de la *Geometrie pratique* (Bovelles 1547, 25v-28r). En ambas ediciones habla de la descomposición de hasta cuatro tipos diferentes de triángulos isósceles propios del heptágono, principios que inspiraran soluciones posteriores a la construcción del heptágono.

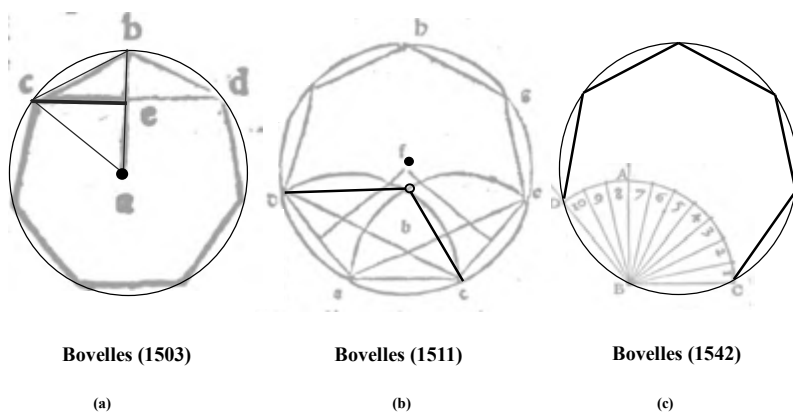


Figure 19. Construcciones del heptágono de Charles Bovelles: (a) *Libellus de Mathematicis rosis* (1510) (p. 196 r); (b) *Geometrie en François* (1511) (p. 19r) , (c) *Livre singulier et utile, touchant l'art pratique de geometrie* (1542) (p. 26v).

Las primeras referencias de la construcción del heptágono aparecen a través de Arquímedes de Siracusa (287-212aC). Aborda la figura desde aspectos puramente matemáticos en su libro sobre el heptágono (Knorr 1998, 257-271) (Figura 20). Este saber fue transmitido y por ello conocido a través de Abu Ali al-Hasan ibn al-Haytham (c.965-c.1040) (Rashed 1976, 387-409), con dos maneras de abordar el estudio y trazado de la figura del heptágono.

Un método desde la división proporcional del segmento en tres partes de Abu Sahl Waijan ibn Rustam al-Quhi (c.940-c.1000) y el otro a través de la trisección del ángulo de Abu Said Ahmad

obra de Giorgio Valla (1447-1501), *De expetendis et fugiendis rebús*, con una parte dedicada a los seis libros de Geometría (Valla 1501 Exp.et Fug. Lib XIII et Geometriae V). La construcción práctica del heptágono más utilizada que ha llegado a nuestros tiempos determina el lado del heptágono regular como la altura del triángulo equilátero de lado el radio inscrito en la circunferencia del *Underweysung der Messung*, (1525) de Albert Dürer. Es consecuencia del corolario del trazado del pentágono (LII.15) (Figura 21.a). Describe además el otro método propio para el trazado de la figura heptágono (LII.11) de similar entidad geométrica (Figura 21.b), (Dürer 1525, 27v-28v).

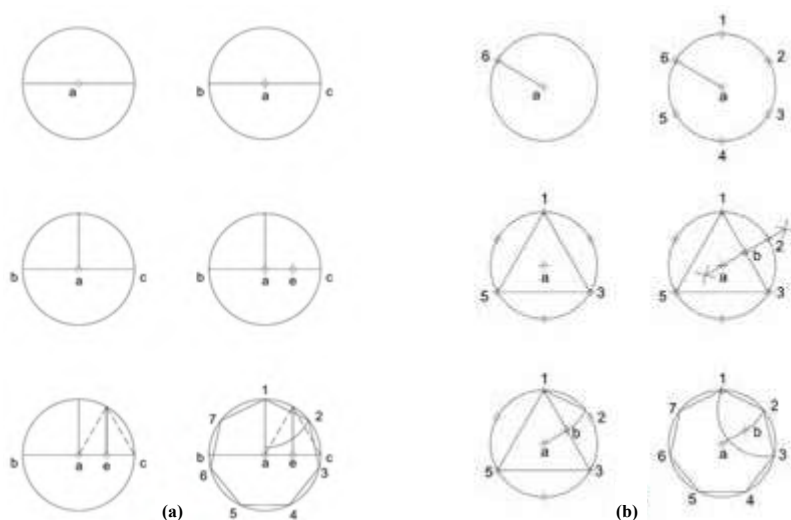


Figura 21. Construcción del heptágono de *Underweysung der Messun* (1525) Albert Dürer: (a) Corolario del trazado de pentágono (LII.15) (fol. 27 r), (b) Trazado del heptágono (LII.11) (fol. 26 r). Reconstrucción de las figuras del autor.

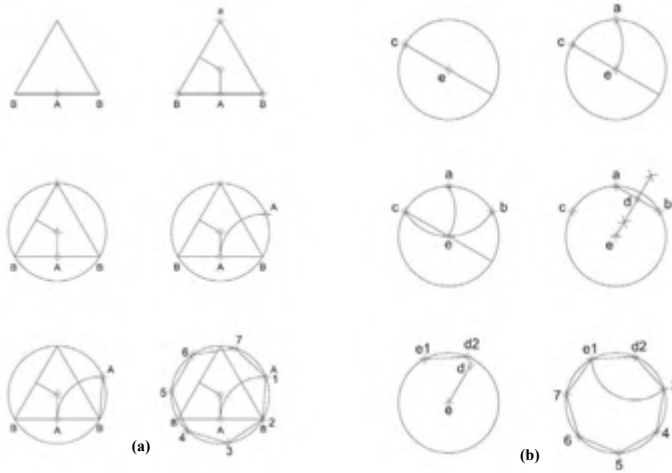


Figura 22. Trazado del heptágono; (a) Abu'l-Wafa Al-Buzjani (c.993-1008); (b) Matthäus Roriczer (1488). Interpretación del autor.

Su origen del trazado de Durero se remonta al *Kitāb fī mā yahtāju al-ṣāni' min al-a'māl al-handasiyya* (El libro de construcciones geométricas que son necesarios para los artesanos) (c.993-1008), de Mohammad Abu'l-Wafa Al-Buzjani, (940-998) (Woepcke, 1855, 218-256, 309-359), (Aghayani-Chavoshi 2010, Y47B-, Y47C, Y47D) (Figura 22.a).

La recepción en el occidente latino se realiza a través Ibn Yūnus, Ka māl al-Dīn (1156-1242) con el *Sharh: a'māl al-handasiyya li Abū al-Wafā* (1240), (Commentario a las construcciones geométricas de Abu'l-Wafa') en la corte del Emperador Federico II (1194- 1250) (Raynaud 2012, 34-83). Curiosamente será difundido, antes que Durero a través de *la Geometria Deutsch* (1472) atribuida a Hans Hösche von Gmünd (f. 1472) (Heideloff, 1844, 96-97) y otra *Geometrie Deutsch* (1488) de Matthäus Roriczer (+c. 1495) (Roriczer, 1999, 56-60).

Ambos personajes son maestros constructores alemanes trasladaron este saber fuera del conocimiento de las logias y de las que Albert Dürer hubo de haber bebido (Figura 22.b).

Johannes Kepler (1571-1630) de religión protestante, planteó el problema de la inconmensurabilidad de la construcción del heptágono en las *Harmonices mundi libri V*, (Kepler 1619, 32-40). Lo hizo, después de explicar a su amigo católico Hans Georg Herwart von Hohenburg (1553-1622) que la máquina celeste no fue creada como animal divino, sino como un reloj regido por una fuerza motriz que puede expresarse matemáticamente (Caspar 1951, 145-147).

Cita desde su ilusionario conocido, al instrumentista, relojero y matemático suizo. Jost Bürgi (1552-1632), trasladado a Praga en 1603 y citado en la *XLV. Propositio* dedicada al heptágono (Caspar 1940, 47-56). Toda una revelación después de su primera obra astronómica *Prodromus dissertationum cosmographicarum, continens mysterium cosmographicum* (1596).

Aquí la construcción del Universo estaba ordenada con la expansión de los poliedros regulares de base platónica y proporcionada en un origen numérico entero (Kepler 1596, 24-25) (Figura 23.a). Al igual que lo será el mandamiento cosmológico de las figuras regulares de Caput 1, Lib. V de las *Harmonices mundi* (Kepler 1619, 180-182) (Figura 23.b). Kepler aborda el análisis del heptágono desde la descomposición de los cinco triángulos internos congruentes que se pueden formar con los siete vértices y entre dos de ellos que son opuestos al tercero, según la tradición de Arquímedes.

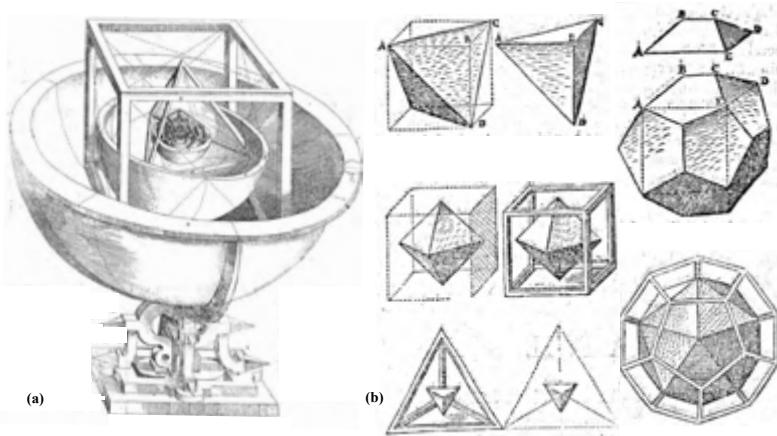


Figura 23. Poliedros regulares de Johannes Kepler. (a) *Prodromus dissertationum cosmographicarum* (1596) (Tabula III); (b) *Kepleri Harmonices mundi libri V* (1619) (p. 181.).

Kepler conocía referencia de Cristoforo Clavio (1538-1612) a través de la *Geometria practica* (1604) (Theor 12. Propos.30). También a Carolus Marianus Cremonensis (f.1599) (Figura 24.a) y François de Foix de Candale (1502-1594), (Clavio 1604, 407-409), a los que añade los de Girolamo Cardano (1501-1576), Jost Bürgi (1552-1632) y Pier Francesco Malaspina (1550-1624) (Aiton et. all. 1997, 60-79) (Figura 24.b). Replicará por ello la solución matemática de las propiedades del heptágono de Cardano enunciadas en las ediciones del *Subtilitate Libri XXI*, de Nuremberg (Cardano 1550, XVI -306) y ampliada en la de Lyon (Cardano 1559, XVI -546-549) donde contempla la construcción por los triángulos internos escalenos con la *proportio reflexa* (Rowe, Heeffer, Rothman, 2014). Critica la construcción de la geometría de Durero como una aproximación de la raíz cuadrada respecto al radio de circunferencia circunscrita (Cardona (2006, 173-177).

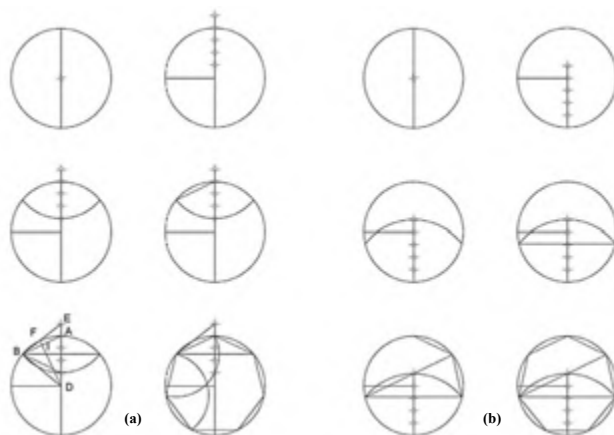


Figura 24. Trazados del heptágono; a) Marianus Cremonensis (f.1599);
b) Pier Francesco Malaspina (1550-1624). Interpretación del autor.

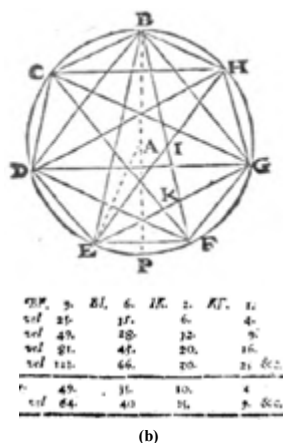


Figura 25. a) *Harmonices mundi libri V* (1619) de Johannes Kepler;
b) Proposición 45. Figura del heptágono.

Kepler afirma que la figura no ha podido ser construida conscientemente, ni tampoco puede ser construida como se ha propuesto hasta el momento, de modo que no puede constatare verdaderamente, lo pudo ser, pero si lo fuera sería de manera fortuita (Figura 25.a).



Figura 26. Fray Ignacio Muñoz; a) *Manifiesto geometrico, plus ultra de la geometria practica*, (1684) de Ignacio Muñoz Pinciano (c.1608-1685); b). Triángulo isósceles propio del heptágono de lados (9,4,9).

Seis décadas después Kepler tendrá una respuesta a la construcción del heptágono por parte de un dominico español Ignacio Muñoz Pinciano (c.1608-1685), con el *Manifiesto geometrico, plus ultra de la geometria practica*, publicado en Bruselas en 1684 por Francisco Foppens (c.1600-1685). (Figura 26.a). La obra fue terminada en 1678 y enviada en 1683 al Duque de Béjar y Plasencia, Manuel López de Zúñiga (1657-1686) a quién dedica la obra y que actuará como mecenas. En ella se dice haber descubierto un método del trazado del heptágono a través del triángulo isósceles, propio del heptágono en contra de la incognoscibilidad de la figura determinada por Kepler (Figura 26.b, c)

El *Manifiesto*, se divide en dos partes bien diferenciadas, la primera dedicada a la construcción del heptágono como una adición a los *Elementa* de Euclides (Muñoz 1684, 1-19), a través del triángulo isósceles propio del *septángulo* (9, 4, 9), utilizando una relación geométrica aritmética conmensurable (9/4) (Figura 27).

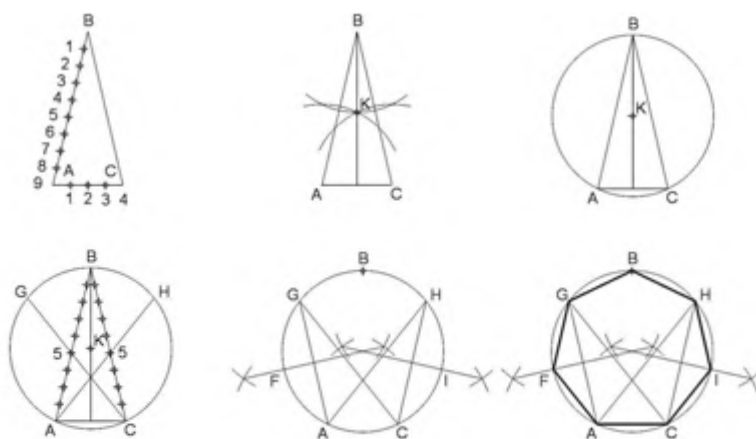


Figura 27. La construcción del heptágono regular Fray Ignacio Muñoz (1684).

La segunda parte será considerada por parte del dominico como defensa a la filosófica, a la geométrica y a la religión católica contra las consideraciones sobre la figura del heptágono de Kepler (Muñoz 1684, 20-40). Termina, aludiendo que, pese a que el autor está condenado en el Expurgatorio de la Inquisición General, el *Harmonices mundi* no lo estaba y por ello “*se debe poner*” (Muñoz, 1684, 33-40). El astrónomo alemán aparecía en el índice general del *Novus Index Librorum Prohibitorum et Expurgatorium* (1632), como autor [+Ioannes Keplerus] y clasificado *Append. Libr. Prohib. Exp. I Class.*

La obra del *Harmonices Mundi*, aparece solo con el apercibimiento de la dedicatoria a Jacobo I de Inglaterra (1566-1625) y considerarlo como, *Rex inter Reges, Fidei Defensor inter Cristi fideles* (Zapata 1632, 595-596).

Fray Muñoz se refiere a las proposiciones 45 y 47 del libro primero relativas a las figuras del heptágono y nonágono con el argumento de que son inconstruibles geoméricamente. Aquí arranca la disputa herética de Fray Ignacio Muñoz con Johannes Kepler, dado que el heptágono y a través de éste, el número

siete que representaba la Creación finita del Génesis (Gèn.1,1-2, 1,2). Su argumento se basa en el principio de la Sabiduría eterna de Dios y de la creación del Alude al Salmo 41, interpretando *Abyssus abyssum invocat* como un error llama a otro. En la actualidad se cita como: *Un abismo llama a otro a la voz de tus cascadas* (Salmos 42, 7). Mundo.

Razona la suposición de Kepler de que no existe ciencia para la construcción de la figura del heptágono. Argumenta ya que esta figura carece intrínsecamente de cognoscibilidad científica y como consecuencia considera la figura como un *impossible simpliciter*, y al no tenerla el heptágono, tampoco la tiene el Dios Creador.

Para llegar a esta conclusión fray Ignacio había razonado sobre el principio axiomático de las Escuelas Metafísicas, donde lo que no tiene entidad, ni esencia, no tiene condiciones, ni propiedades. De esta manera acusa a Kepler de dudar de este principio fundamental, que estudia la naturaleza de la realidad y los primeros principios del ser.

Por ello, siendo imposible la inscripción de la figura en el círculo en la tesis de Kepler, y habiendo demostrado fray Ignacio en base al triángulo isósceles, cuyo ángulo mayor es tres veces el menor, concluye que a través de su método es construible, y por el principio Metafísico, abala su existencia. Así niega como *impossible simpliciter* las figuras del heptágono, nonágono y en las figuras de número impar en la teoría de Kepler.

Lo había hecho también desde razones puramente matemáticas. Acusa a Kepler del desconocimiento del triángulo isósceles propio del heptágono, del pentágono, así como los del polígono de 15 lados, como lo habían tratado Cardano y Candale. Intenta así refutar la inconstructibilidad del hept-

tágono y del nonágono propuesto por Kepler. Fray Ignacio entendía que los instrumentos matemáticos del álgebra y la geometría habían de ser capaces de construir cualquier figura, y por tanto es de extrañar que a Jost Bürgi no lo hiciera a través del álgebra, o que Durero, Candale, Carolus Marianus y el marqués de Malaspina, lo no lo hubiesen conseguido con la geometría.

Por ello no se puede concluir como Kepler, que el heptágono carezca de cognoscibilidad y de ciencia. Le acusa de considerar, al heptágono y nonágono, y los polígonos impares de pertenecer a la clase de los *impossible simpliciter*, ya que él había conseguido construir el heptágono con su triángulo isósceles a través de la consiguiente demostración geométrica, anunciando que muy pronto publicaría las soluciones de los polígonos de 9, 11, 13, 15, 17 y 19 lados.

La constructibilidad del heptágono con escuadra y compás, puesta en duda por Kepler, será finalmente demostrada por Carl Friedrich Gauss (1777-1855), al final de sus *Disquisitiones Arithmeticae* (1801), (Sección VII-Proposiciones 361-366), quién sentenciará la inconmensurabilidad del lado del heptágono. Enunciando que si un polígono regular tiene n lados y si n es una potencia de 2 o es el producto de una potencia de 2 y k números primos de Fermat diferentes, entonces este polígono es construible (Gauss 1801, 454-463).

Poco después Pierre Laurent Wantzel (1814-1848) publicará les *Recherches sur les moyens de reconnaître si un Problème de Géométrie peut se résoudre avec la règle et le compas* (Wantzel 1837, 366-372), ampliando y generalizando la tesis de Gauss la in constructibilidad de la trisección del ángulo y a la duplicación del cubo. a través de los instrumentos de la geometría. De ello se deduce de ello el teorema de Gauss-Wantzel

concluyendo que solo son construibles con regla y compás los polígonos: 1, 2, 3, 4, 5, 6, 8, 10, 12, 15, 16, 17, 20, 24, 30, 32, 34, 40... De manera que no lo son los de: 7, 9, 11, 13, 14, 18, 19, 21, 22, 23, 25, 26, 27, 28, 29, 31, 33, 35, 36, 37, 38, 39...



⌘ LA *THEORICA* DE LOS PROMOTORES

Pese a reconocer Charles Bovelles en 1542, que una figura tan importante como el heptágono dentro de la cultura cristiana medieval, y de los Padres de la Iglesia no aparecía en los *Elementa* de Euclides, y que Kepler, y el teorema de Gauss-Wantzel (1837) determinaran la in constructibilidad geométrica de la figura. Un documento de 1312 ordena taxativamente la construcción de un ábside de una catedral con planta con siete capillas radiales.

El acuerdo viene a decir: El Capítulo de la sede de Girona reunido como de costumbre ha querido establecer y ordenado que sea construida y edificada de nuevo la cabecera de esta catedral *et circum circa ipsum caput, novem capellae*, en torno a esta cabecera se edifiquen nueve capillas, y que en el antiguo dormitorio, se haga la sacristía (Street 1926, 318, 339). Por ello siete de estas capillas han de estar dispuestas de forma radial sobre la semicircunferencia y en sus extremos en dirección a la nave. El siete representaba la Creación; los seis primeros dedicados al trabajo (Gèn.1,1) y el séptimo, en el que Dios descansó (Gèn.1,2). El número siete en la tradición Pitagórica, era el número religioso y perfecto, lo llamaban *telesphoros*.

La importancia de las capillas radiales, como elemento modular en la construcción de catedrales, tiene su origen en la litúrgica gótica, *Prochiron, vulgo Rationale divinorum officiorum*, (1291), del obispo de Mende, Guillermo de Durando (1230-1296). Se define la correspondencia entre la *ecclesia materialis*, de la fábrica y la *ecclesia spiritualis*, del cielo (Sebastián 1994, 352-355).

El texto de Durando era conocido en la catedral de Tortosa, como lo evidencia el código ACTo nº58, de finales del XIII, y los incunables de Roma de 1477 (ACTo nº258) y el de Venecia de 1482, (ACTo nº 290).

La nueva formulación ya fué ensayada en Notre-Dame-de-l'Assomption de Clermont-Ferrand (1248) y de Saint-Just-et-Saint-Pasteur de Narbona (1272) y trasladada a Catalunya a través de Girona, donde el Capítulo precisa el programa de nueve capillas en el ábside, al igual que lo hacen los de Barcelona y Tortosa.

La canónica de Gerona estaba regida de manera similar a otras catedrales del territorio catalán como Vic, Lérida, Seo de Urgel (Calvo 2014, 78-79). La de Tortosa fue refundada en 1155 por el obispo Godofredo (+1165), abad de San Rufo de Aviñón, rigiéndose “*vivere sub regula Beati Agustini, et iuxta consuetudines Ecclesiae Sancti Ruffi*” (García 1998, 10-13).

Originalmente data de 1039 siendo redactada por Benedictus, obispo de Avignon. La regla dirigía las funciones del coro y del rezo del salterio (Misonne 1963, 471- 489) y ordenaba dentro del horario canónico la petición de libros (Regula 37) (Orozco 1881, 36). El mismo San Agustín constata en *De libero arbitrio libri tres* (388-391) que todos deseamos ser felices y sabios, pues nadie puede ser feliz sin ser sabio (*lib. arb.* II, 9, 26), (Agustín de Hipona 1962, 285). Con estos principios podemos precisar la influencia del pensamiento de Agustín de Hipona, a través del Capítulo, en el orden establecido en la construcción de catedral, tomando como referencia los códigos del Archivo Capi-tular de Tortosa (ACTo).

El modelo agustiniano heredado por los monjes distingue entre *uti* y *frui*, relativo al uso de las realidades temporales, la

sabiduría, y del disfrute de lo eterno. Estos términos se aplicaban también al derecho de usufructo, que se puede aplicar, de forma indirecta, a la construcción de las catedrales. En el umbral del Renacimiento el modelo neoplatónico cristianizado, se encuentra vinculado sutilmente a las dimensiones sensibles y racionales de la ciencia conjetural.

El canónigo y matemático Charles Bovelles completa este recorrido revisitando a San Agustín para mostrar la dimensión trinitaria de la superación del conocimiento práctico o erudito (Trottmann 2015, 805-816). La obra Bovelles aparece en la catalogación de la Biblioteca Capitulare, como Caroli Bovilli Samarobrini ACTo nº300 (Bayerri 1962, 473-474), *Tractatus varii de rebus philosophicis et mathematicis* (Bovelles 1510) (Figura 28).

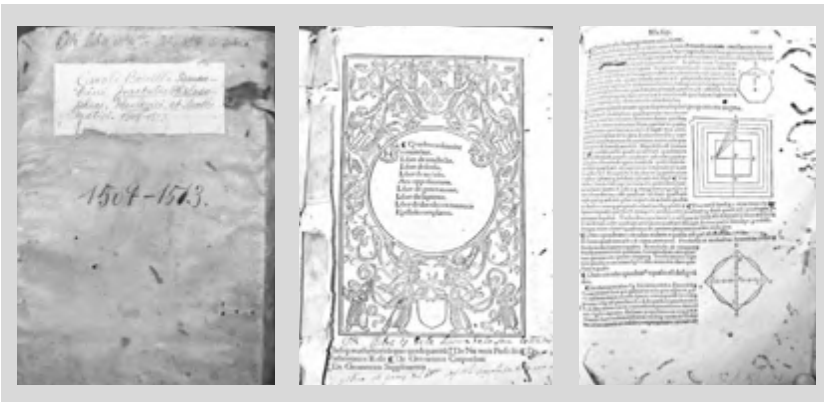


Figura 28. Charles Bovelles, *Liber de intellectu, Liber de sensibus...*
Liber de duodecim numeris (1510). ACTo 300.

De esta manera, el orden gótico permite ser abordado desde las cuestiones geométricas y proporcionalidad que se desprenden del conocimiento de la obra de San Agustín de Hipona.

En el Inventario de la catedral de Tortosa de 1420, aparece la regla de la canónica agustiniana: *Regia de sent Agosti*, [114], Item,

Regula canonicorum [205], la *Regula beati Augustini* [213], la *Regula de sent Augusti*, [215], y las obras de San Agustín: *De civitate Dei* [5], *Supra psalterium*. [6], *De penitencia* [23], *Liber vocatus* y *De penitencia*, [68], *Diversa eriginalia beati Augustini* [98], liber *Questionum beati Augustini* [100] *diversa originalia Augus* [110] (Baiges 1999, 3-20). Especial interés para nuestro análisis tiene la *De civitate Dei* [5] ACTo 20 del siglo XII, y el *Supra psalterium*. [6], conocido como *Enarrationes in Psalmos*, cuya referencia se ha perdido. En dicho inventario *Item, un libre appellat Macrobi* [183], conservado en el *Comentarii In Somnium Scipionis* del ACTo 236 XIII de Macrobio (f.400), por la especial relación de magisterio entre ambas figuras.

En la catalogación de Enrique Bayerri Bertomeu (1882- 1958) se indica la existencia de: ACTo 20, *De civitate Dei*, ACTo 55, *De Trinitate* y *De Vera Religione*, ACTo 86, *Contra Plagianos*, *Liber de spiritu et littera*, *Liber super Genesi ad litteram*, *Expositio Symboli*, *De immortalitate animae*, ACTo 110, *Meditaciones*, ACTo 130, *De Corpore et Sanguine Christi*, ACTo 131, *De Corpore et Sanguine Christi*, ACTo 173, *De sermone domini de mundis*, *De munditia cordis*, ACTo 195, Exortación del Apocalipsis de San Agustín, ACTo 217, Extractos de la Epistolas de San Jeronimo, ACTo 222, *Epístola beati Augustini ad Virginies*. En el ACTo 230 se encuentran, *De Confessione peccatorum*, *Admonitio*, *Ex tractatu S. Agustini in Euangelio ubi dicit helemosinas faciendas*, *De peccato disiderii*, *Die quidem omni et omni hora et cura omnio continua*, *Sermo de plasmo XLVIII*, *Sermi de capitulo euangelii ubi dicit, remitte et remitetur nobis*, *Epistula pulchra satis*, *De muliere curva*, *Sermón De divite feneratore*, *Trcatatus in Evangelium Iohannis*, *De Poenitencia*, *De concordia fratrum*, *Poentientes sermonus*, *De moribus Ecclesiae Catholice*. Existen, además, cuatro manuscritos dedicados a la Regla: ACTo 85 Regla de San Agustín, ACTo 90 Regla de San Agustín, ACTo 189 Regla de San Agustín; y otras dos obras relacionadas son su figura: ACTo 68, *Melliloquium*

por Fray Bartolomé de Urbino (1472- 1517), ACTo 73 la vida de *Agustinus* (Bayerri 1962, 615-618).

Podemos añadir además el incunable del *Sermo de Sancta Monica mater sancti Augustini*. Calixtus, *Sermo de conversione sancti Augustini*. Sigibertus, *In epistola ad Macedonium de beato Augustino* (1486) (Guitarte1987, 378-390).

El estudio pormenorizado de alguno de los códices, más allá de la catalogación propia de Enrique Bayerri Bertomeu (1882-1958 (Bayerri 1962), ha permitido identificar algunas fuentes teóricas a las que podían tener acceso el obispo y los canónigos en los albores de la construcción de la catedral gótica en 1345 y que además pudieran haber tenido como referencia de su intelecto para el diseño catedralicio (Lluís i Ginovart; López-Piquer; Urbano-Lorente, 2018, 153-172). Entre los códices se han identificado:

- 1) Una glosa de los *Elementa* de Euclides (c.325- c.265 aC) de Al-Ḥajjāj ibn Yūsuf ibn Maṭar (786-833), ACTo 80 (fol. 161r.6-fol. 161r.13), del siglo XII (Lluís i Ginovart; Baiges; Alanyà , 2015, 803-851).
- 2) El *De civitate Dei* de San Agustín (354-420), ACTo n ° 20, (fol. 1r-408r), del siglo XII (Denifle; Chatelain 1896, 7).
- 3) Traducción del Timeo de de Calcidio (f.350), ACTo n ° 80 (146r-155v.14), con una parte del su Comentario (fol. 155v.15-66) del siglo XII. (Waszink CXXV).
- 4) Excerpta del Comentario del Timeo de Calcidio (f.350), inserto en el ACTo 236 (fol. 39), siglo XIII. (Lluís i Ginovart; López-Piquer; Urbano-Lorente, 2018, 153-172)

- 5) El *Comentarii In Somnium Scipionis* del ACTo 236 (fol.1-61v), excepto fol.39, de Macrobio (f.400), de siglo XIII, completo en sus dos libros (Rubió i Lluch; Rubió i Balaguer 1914, 329).
- 6) Un fragmento de la Geometría del *De Nuptiis Philologiae et Mercurii* de Marciano Capella (fol. 430) del Llibro VII de la Geometria, ACTo 80 (fol. 160 v.28- fol. 161r.5), del siglo XII (Lluis i Ginovart; López-Piquer; Urbano-Lorente, 2018, 153-172).
- 7) Parte de la *Geometria Incerti Auctoris* de Gerberto de Aurillac (c. 940-1003), ACTo 80, (fol. 159r.1-160v.27), de los libros III y IV, del siglo XII. (Denifle; Chatelain 1896, 8).
- 8). Numeración de posición, ACTo 80 (fol.162r.1-3), del entorno de Adelardo de Bath (1090-1160), siglo XII (Bayerri 1962, 228).

1. Glosa de Al-Haijaj a los *Elementa* de Euclides

Glosa (fol. 161r.6-fol. 161r.13) a los *Elementa* de Euclides de Al-Ḥajjāj ibn Yūsuf ibn Maṭar (786-833): *Hec est de abecedario. Ait Elhageth dic[it] quia linea longior cum proportionaliter in potencia. [Biteg dixit] ad quadratum suum erit remocius rationali in porcione illo quod est eo remocius. Quem prima Surdare erit latus... Et sic si aliquis ponatur esse [miramus] non [erit] omnes ites anguli equo trigoni ubi duo recti aut erit aliquis ...*

Plantea una proposición que viene a decir: Así el primero de los números irracionales [, será el primer lado, después el segundo lado, luego el tercero y así sucesivamente. Por qué de la misma manera que esta más allá de les extremidades siempre más alejadas, está más lejana su porción racional, ya que está más alejada del anterior cuadrado racional. (Figura 29).

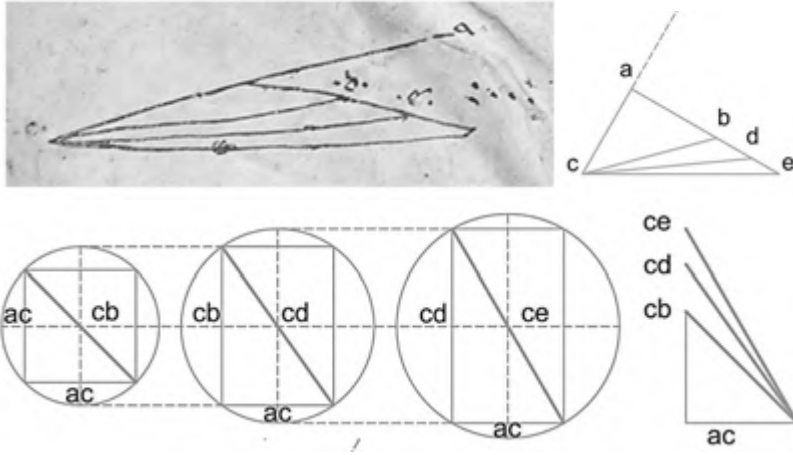


Figura 29. Glosa de comentario de Al-Hajjaj a los *Elementa* de Euclides. ACTo 80, fol. 161v. Interpretación geométrica del autor.

Entiende entonces que ningún ángulo rectilíneo, no puede ser tan pequeño que no cumpla en él, que el ángulo a b d no puede ser menor, como aparece en la figura, porque el ángulo c y d, son menores que él, eso es, a [b] d en virtud del [teorema] XVI [del libro primer de los *Elementa* de Euclides], pero no d, porque c y e, son menores. Así si alguien pusiera eso de esa manera, nos admiraría ya que los tres ángulos serian iguales en el triángulo, cuando dos han de ser rectos, o entonces alguno de ellos ha de ser menor que el mínimo, [cosa imposible] (Figura 29).

El autor de la Glosa ACTo 80 (fol. 161r.) del Al-Hajjaj, fué quién tradujo por primera vez al árabe de los libros I-XIII de los *Elementa* desde una base de la tradición griega de Teón de Alejandría realizada antes de 805 en época de Harun al-Ras-hid (r. 786-809 d. C.). Ésta fue revisada por él mismo durante el reinado del califa al-Mamūn (813-833). Hubo una segunda traducción árabe que fue realizada por Ishāq ibn Hunayn (+ c. 911), durante el último tercio del siglo IX.

La obra de Al-Ḥajjāj fue editada a partir del Ms. Bibliothek der Rijksuniversiteit Or. 399/1 de Leiden (Besthorn; Heiberg, 1893) (Figura 30). Pero también se ha recogido en los manuscritos copiados en escritura magrebí o andalusí, lo que indica que tienen su procedencia en este espacio geográfico, entre los que se han conservado: MS arabe 907, Biblioteca del Escorial; el MS. 53, al-Maktaba al-Malakiyya, al-Khizana al-Ḥasaniyya, de Rabat; MS 1101, al-Maktaba al-Malakiyya, al-Khizana al-Ḥasaniyya de Rabat, Morocco y el MS héb. 1381, BnF, Paris (De Young 1991, 171-178). Por lo que la excepta del código de la Glosa ACTo 80 (fol. 161r.) Al-Ḥajjāj podría ser una traducción perteneciente a esta tradición.

Lo más importante de Al-Ḥajjāj es que fue traducido por Adelardo de Bath, y cuya copia Trinity College 47 (fols. 139-180) conocida como Adelardo I (Clagett 1953, 16-42), y fue la base de transmisión de los *Elementa*. A la vez lo hará la versión de Gerardo de Cremona (1114-1187) (De Young 2004, 311-384). De aquí arrancan las traducciones que se difundirán en el mundo occidental a través de Campano de Novara. Esta traducción es la que dará lugar a la edición prínceps (Euclides 1482), así como también a la primera edición en lengua vernácula de Niccolo Fontana Tartaglia (1499-1557) estampada en Venecia por Venturino Ruffinelli (1520-1599) a instancias de Guilielmo de Monferra y del librero veneciano Pietro di Facolo. Como también a la más influyente por su difusión por pertenecer de la Compañía de Jesús de Cristóbal Clavio Bambergensi (1538-1612) editada en latín en Roma en 1574 por Vincenzo Accolti fl.1573-1596) (Euclides 1574).



Figura 30. *Elementa* de Al-Hajjāj Ms. Bibliotheek der Rijksuniversiteit Or. 399/1 (fol 8 v; 9 r.).

2. *Civitate Dei* de San Agustín

La *Civitate Dei* (ACTo n ° 20) de Agustín de Hipona (354-420) fué catalogada por primera por Heinrich Seuse Denifle (1844-1905) y Émile Chatelain (1851-1933) en su *Inventarum codicum manuseriptorum Capituli Dertusensis* (1896) como n° 20 del siglo XII, S. *Augustini de Civitate Dei libri II-XXII*, advierte la falta de dos primeros cuadernillos (Denifle, Chatelain 1896, 7).

Posteriormente Josep Maria March i Batlles (1875-1952), encontró cuatro ilustraciones (fol. 1r-2v) (March 1916, 351-354). Más tarde, Jordi Rubió i Balaguer (1887-1982) y Ramon d'Alòs-Moner i de Dou (1885-1939) sumaron los folios iniciales del códice y la ilustración (fol. 5r) (Rubió; Rubió 1917, 143). En el catálogo actual figura como: 20.- San Agustín, Obispo de Hipona: De la Ciudad de Dios. Manuscrito del siglo XII en pergamino de 408 folios 370x270 mm de caja de

escritura a dos columnas 280x210 mm con 33 líneas (fol. 13 r). falta de parte del libro primero (Bayerri 1962, 157- 159). Contiene cinco ilustraciones citadas como el Zodiaco (fol. 1r), la Defensa de la Ciudad de Dios (fol. 1v) (Figura 4.a), la Jerusalén Celeste (fol. 2r) (Figura 4.b), la *Maiestas Mariae* (fol. 2v) (Figura 4.c) y la Creación (fol. 5r), (Ibarburu 1984, 93-124); contiene además 21 iniciales que encabezan cada uno de los libros excepto el XVIII (Ibarburu 1985, 103-125). En la revisión, a través *Les manuscrits à peintures de la Cité de Dieu de Saint-Augustin* de Alexandre Laborde (1853-1944) con los 61 códices miniados, podemos relacionar el Zodiaco (fol. 1r) con la referencia del (Mss. Franc. 900S-9006, fol. 287v.) de la Bibliothèque Royale de Bruxelles (c. 1410) ilustrando el libro VIII dedicado a la teología natural (Laborde 1909.2, 322).

La Defensa de la Ciudad de Dios (fol. 1v) (Figura 31.a) guarda cierta similitud con las ilustraciones del Libro I de la toma de Roma por los godos ilustrando el libro I, muestra como la clemencia de Dios atemperó la destrucción de la Urbe (BnF, Ms. Franc. 22912-13) (c. 1376) y (Ms. Add. 1 5244-45) del British Museum (1370-1377) (Laborde 1909.1, 191). La imagen de la Jerusalén Celeste (fol. 2r) (Figura 31.b) se asemeja a la de la Ciudad Celeste del (Ms. lat. A. 7, fol. 1 v) de la Biblioteca del Capítulo Metropolitano de Praga ilustración del Libro I (Laborde 1909.3, Planche IV). La *Maiestas Mariae* (fol. 2v) (Figura 31c) de la que no tenemos referencia directa en la catalogación, durante mucho tiempo considerada como una Asunción de la Virgen. Pero también puede ser leída como una alegoría de la Iglesia en virtud de la disposición jerárquica de Cristo, la Virgen y, bajo ellos, una figura con el pastoral y el libro, quizá San Agustín, rodeado de fieles y discípulos (Grimaldi, 2015, 77-90).

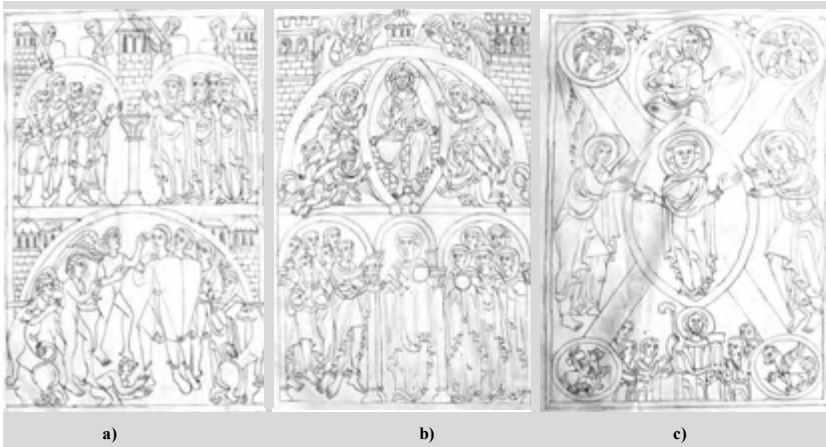


Figura 31. ACTo nº20, siglo XII. a) fol. 1v, Defensa de la Ciudad de Dios;
b) fol.2r, Jerusalén Celeste) fol. 2v, *Maiestas Mariae*.

Las representaciones gráficas a tinta se realizan directamente sobre el pergamino, por medio de una técnica trazado de líneas muy ágiles. También compartido con otros códices ilustrados catalanes y especialmente con el *Evangelies de Saint-Michel de Cuixà* del siglo XII de la Biblioteca Municipal de Perpignan (Perpignan. Médiathèque, Ms. 1) [Ibarburu 1984, 93-124]. (Figura 32).

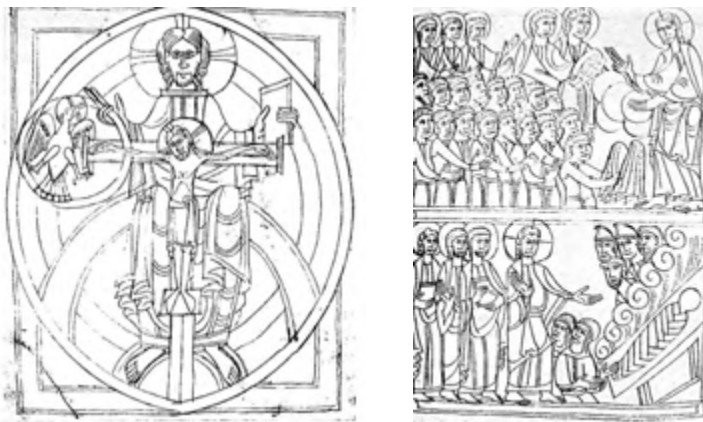


Figura 32. *Evangeliaire du Perpignan* Perpignan. Médiathèque, Ms. 1.

La Creación (fol. 5r), podría ilustrar el capítulo 21 de la Creación del género humano del Libro XII, reflejado en gran cantidad de códices (Laborde 1909.1, 193-195). Por otra parte, el trazado arquitectónico de las ilustraciones de la Ciudad de Dios y la Jerusalén Celeste (Figura 33.a, c) nos acerca también al *Livre de portraiture* (c. 1220-1240) de Villard de Honnecourt (c. 1200-c. 1250) de (BnF, Ms Fr 19093). Así mismo las formas vegetales y del bestiario que aparecen en el Zodiaco (ACTo 20 fol. 1r) en las representaciones de aries, tauro, leo o capricornio se acercan a las trazas de Villard de Honnecourt (Figura 33.a).

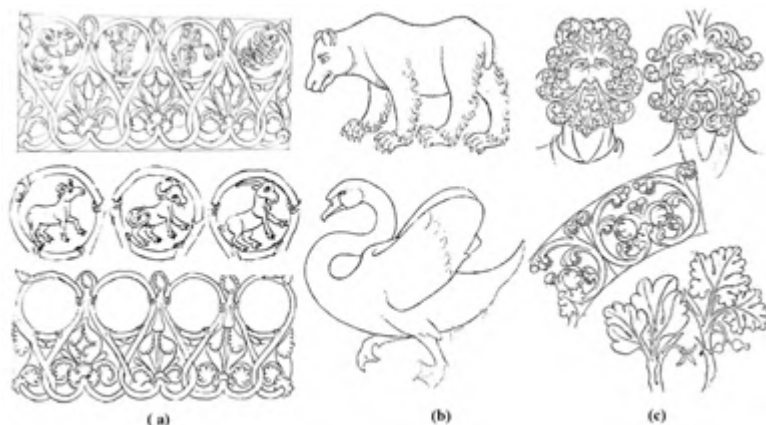


Figura 33. a) ACTo 20, fol. 1r; b) c) BnF , Ms Fr 19093.

De aquí que el oso y el cisne del (BnF , Ms Fr 19093, fol.4r), tengan rasgos idénticos a la figuración de la Jerusalén Celestial del código tortosino (Figura 33.b). Las *têtes de feuilles* y los ornamentos vegetales (BnF, Ms Fr 19093, fol.5v) (Figura 5.c) nos acercan a los roleos alternados con motivos foliares, simétricos y acorazonados del (ACTo 20, fol. 1r). Las figuras humanas de la Creación de Adán y Eva (ACTo 20, fol. 5r) (Figura 34.a) se aproximan a las del (BnF, Ms Fr 19093, fol.29v) (Figura 34.b)

representando una antigua imagen de Mercurio. Las aves y animales marinos de la creación del quinto día de y el sexto los terrestres (ACTo 20, fol. 5r) (Figura 34.c), al león (BnF, Ms Fr 19093, fol.24v) (Figura 34.d) y al águila para leer el evangelio (BnF, Ms Fr 19093, fol.7r) (Figura 34.e).

La obra hace referencia a la teoría numérica, en el libro XI (fol. 156r.-170v), que dice que el seis es la perfección, puesto que es el primer número que resulta de sus partes, $6=3+3+2+1$ (XI.30).

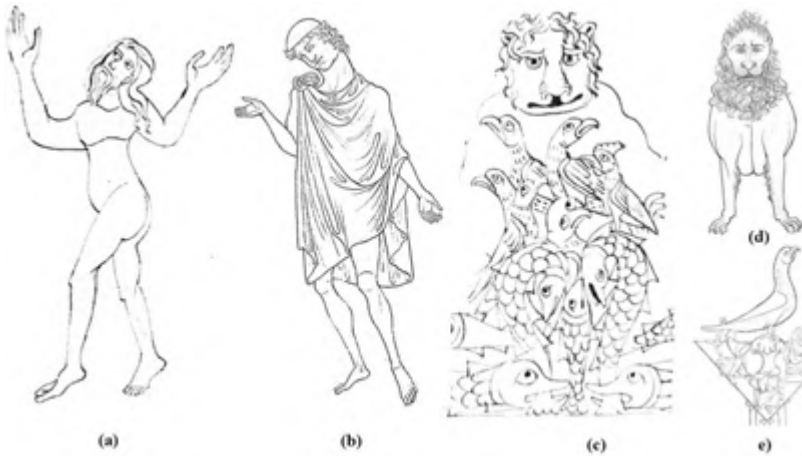


Figura 34. Representaciones humanas. a) ACTo 20 fol. 5r; b) BnF, Ms Fr 19093 fol.29v. Animales terrestres. c) ACTo 20 fol. 5r, d) BnF, Ms Fr 19093, fol.24v; e) fol.7r.

En cuanto al número 10, dice tener como divisores el (1, 2, 5), mientras que el 12, los tiene (6, 4, 3, 2, 1) (XI.30). El número siete representa el séptimo día, que reconoce el reposo del Señor; aparece el siete como la adición de tres y cuatro ($7=4+3$) (fol 168v-169v) (XI.31) (Agustín de Hipona 2000, 742-743). En el libro XX (fol.333r-359r), el número doce, aparece como parte del siete ($7=3+4$), así como del tres y cuatro ($3 \times 4=12$). El

doce puede ser definido como el triple de cuatro y cuádruplo de tres (fol. 335r-336v) (XX.5.3).

Finalmente aparece el mil. El 1000 es el número perfecto de la plenitud del tiempo. Se construye a partir de una figura cuadrada, que es plana, y que, al darle altura, se convierte en una figura cúbica. El mil resulta de la multiplicación por diez de un cuadrado de lado diez. Así el cuadrado 10x10 al multiplicarlo por 10, se convierte en un cubo que resulta 1000 (fol. 337v-338v) (XX.7.2) (Agustín de Hipona 2001: 644, 655).

3. Comentario del Timeo de Calcidio

En el ACTo nº 80, aparece la traducción del Timeo de Platón realizada por Calcidio (f.350) (146r-155v.14), con una parte de su Comentario ACTo nº 80 (155v.15-66). (Waszink 1975: 5-52, 89-91) En la catalogación de ACTo 80, aparece como. IV.- Platón, *De Republica* (Extracto de los libr. I y II). (Bayerri 1962, 227-228).

La parte primera de la traducción del Timeo (fol.146r.1) *Socrates in exortationibus suis virtutem...* [5 Waz] hasta (fol.152v.3) *nancisceretur imaginem. Liber Platonis Timaeus explicit.* [32 Waz]. La Parte II del Timeo de Platón, (fol.152v.4), *Et iam fere cuncta prouenerat...* [33 Waz] hasta (fol.155v.14) *uias peragraueritis, neque incognito et ex leui admonitione perspicuo* [69Wz] (fol.115v.15 [...] *liber explicit.* (Waszink 1975, Mulliachus 1867, 147-181, Moerschini 2003, 4-109).

La parte del Comentario del Timeo entre (fol.115v.16) [*Quis igitur*] *primae portionis numeros...* y (fol.115v.66) *qui sunt in*

formula. Sic Calcidius, después de la traducción de Timeo. En la obra aparece un solo Comentario al Timeo, la *Descriptio tertia, quae est armónica, iuxta epogdoam ratioen modulans utranque symphoniam diatessaron et diapente* (XLIX), acompañado de [tab.9] (ACTo 80, fol.155v) (Figura 35.b, c).. La figura detalla la explicación de la proporcionalidad de las modulaciones numéricas, diatesarón y diapente (Waszink 1975, Mulliachus 1867, 192, Moreschini 2003, 204-207). Una de las características del código es la figura inserta en el margen derecho (fol.150r.20-150v.16), entre (fol.150.1) *cuncta intra suum ambitum* [25 Wz], y (fol.150r.41) *a Graecis epitritum dicitur* [28Wz]). (Figura 35.a).

La figura viene a explicar el pasaje dedicado a la generación de las proporciones de los números [27Wz-28Wz]. De esta manera se generan según la traducción de Calcidio: 1, 2 ($2=2 \times 1$), 3 ($3=2+1/2 \times 2$), 4 ($4=2 \times 2$), 9 ($9=3 \times 3$), 8 ($8=1+7$), 27 ($27=27 \times 1$). En los intervalos define: la parte más su medio ($1+1/2$), la parte y su tercio ($1+1/3$) a quien llama epítrito, la parte y su octava ($1+1/8$) epogdo, el duplo, triple y cuádruplo, así como de la relación entre (243:256).

Las dos representaciones gráficas que acompaña al código del Timeo y forman parte de la dedicada a los Comentarios de Calcidio. El primero resume en una misma figura la representación las proposiciones (XXXII), [tab.7] y él (XLI) [tab.8]. dedicado al origen del alma con los números: 1, 2, 4, 8 y 1, 3, 9, 27 (ACTo 80, fol.150 r). (Figura 35.a). La otra figura ornamentada en forma de A entre dos columnas (ACTo 80, fol.155v) formaliza las modulaciones armónicas con las series numéricas: 6, 8, 9, 12, 16, 18, 24, 32, 36, 48 y las 6, 9, 12, 18, 27, 36, 54, 81, 108, 162. (Figura 35.b, c).

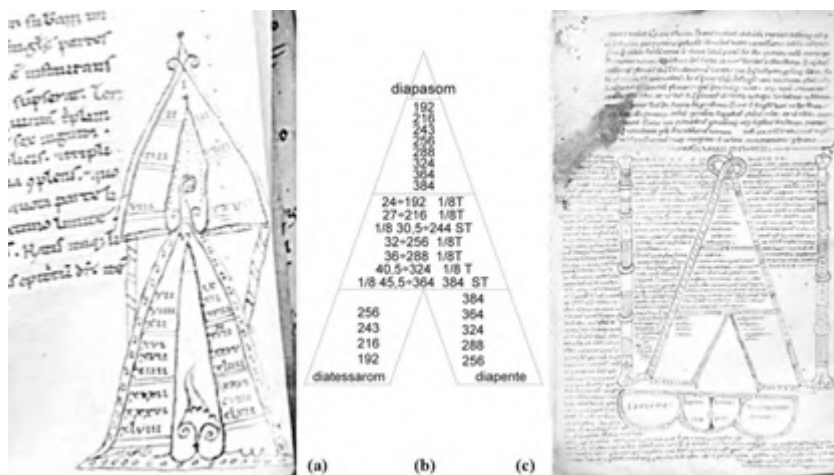


Figura 35. Comentario del Timeo de Calcidio ACTo n° 80.

a) ACTo 80, fol.150 r; b) ACTo 80, fol.155 v.

4. Excerpta del Comentario del Timeo de Calcidio

En el fol. 39 del códice 236, en medio del Comentario del Sueño de Escipión, una parte del Comentario del Timeo de Calcidio; *De modulatione siue Harmonica* (XL, XLI, XLII), [tab.7], [tab.8]. (Waszink 1975, Mulliachus 1867, 189-190, Moreschini 2003, 186-191). Él (XL) completo, *Itaque figura similis eius quae paulo superius* (ACTo 236, fol.39r.7), como él (XLI), *Quia VI numeris facit unum limitem et item XII* (ACTo 236, fol.39r.10). Contiene dos figuras una correspondiente (XXXII), *Diende progrediens ultra Plato demosnstrat ipsam partitionem* (Waszink 1975, 92) (Figura 36.b) y la otra del (XL) que presenta una transcripción errónea secuencia [9-192] (Figura 36.c). Incompleto el capítulo XLII, el inicio [*Haec eadem ratio*], cortado por la encuadernación (Figura 36.d). Continua (ACTo 236, fol.39v.1), *VII altero limite interuallumm quod interiacet triplim esse demosntrat*. Termina *epitetrum* (ACTo 236, fol.39v.11) diferente a la edición de Waszink (Waszink 1975, 91).

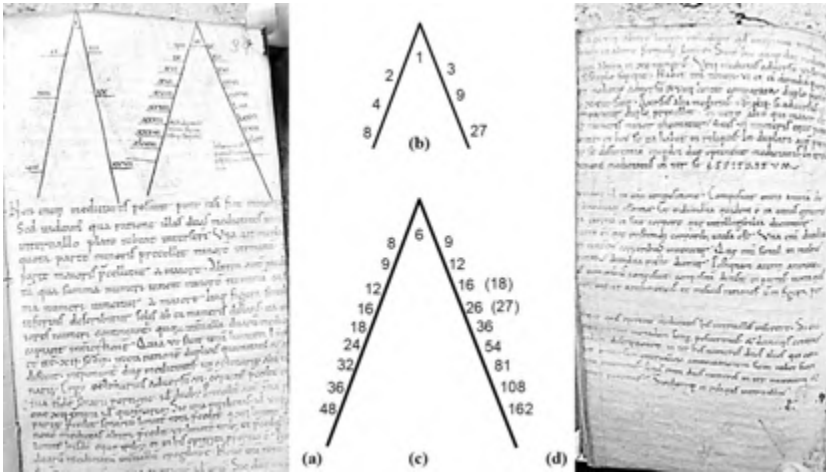


Figura 36. Excerpta del Comentario del Timeo de Calcidio. ACTo 236 (fol. 39r).

5. El *Comentarii In Somnium Scipionis* de Macrobio

En el ACTo 236 *Comentarii In Somnium Scipionis* El Libro Primero (fol.1-61v) *Inter Platonis et Ciceronis*. (I.1.1), hasta (fol.35v.18), *disputationem sequentium reseruemus* (I,23,13). (Willis 1970, Armisen-Marchetti 2001, 1-134, Navarro 2006, 125-319)]. Libro segundo (fol. 35v.19), *Superiore comentario Eustathi* (II,1,1), hasta (fol. 61v.28), *philosophiae continetur integritas* (II,17,17). (Willis 1970, Armisen-Marchetti 2003, 1-86, Navarro 2006, 321-449). Falto de los pasajes (I,5,7) hasta (I,5,13) (fol. 6r).

En (fol. 6r.4) la primera citación del sueño (I,5,2) con la noción de plenitud de la aritmética; *Ac prima nobis tractandam..* hasta (fol. 12v.69), con la conclusión del excursu aritmológico (I,6,83) *singulos certa lege metitur*. En el margen izquierdo (fol. 6v 19-22), en las virtudes del número siete (I,6,3) esquema (1,2,4,8) y (1,3,9,27), recordando el dios creador del alma, tomando números pares e impares tomándolos con dobles y triples.

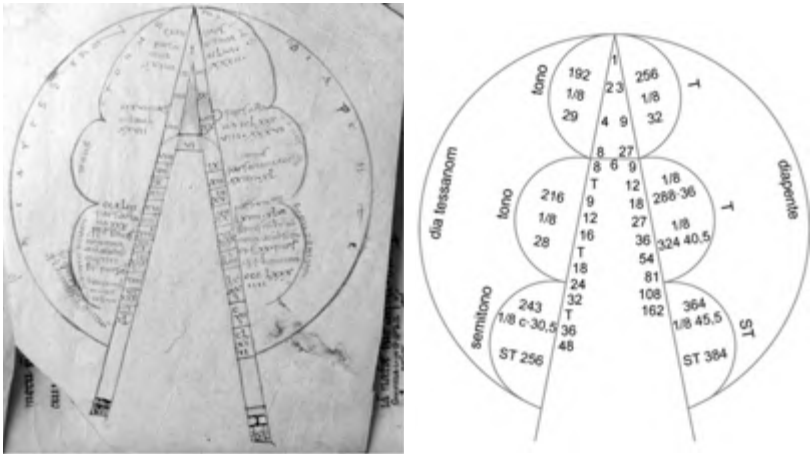
Define las virtudes de los principales números: 8,7,1,6,2,5 y 3,4. (I,5,15, I,6,23). Al ocho lo llama justicia; $8=7+1$, $8=2 \times 4$, $[8=2 \times 2 \times 2]$, $8=5+3$. Al siete, el pleno; $7=1+6$, $7=2+5$, $7=3+4$. El uno *monás*, que es masculino y femenino, a la vez par e impar. El número seis posee el 1, $1/3$, $1/6$; su $6/2=3$, $6/3=2$, $1/6=1$; $1+2+3=6$.

El número dos considerado como el primer número, llamado *diada* tras la mónada. El cinco es el Dios supremo, es la suma total del universo. El tres es el término medio para cohesionarlos. El cuatro, es el primer número en obtener dos términos medios enteros del número dos.

Del libro II la parte del tratado de la música, con la armonía de las esferas (II,1,1), hasta por que oímos la música de las esferas (II,4,15) *non capit audium* (fol.43r.4). Entre los fol.46v-47v, los esquemas de los cinturones de la tierra, y celestes y de la tierra, el folio 51bis la figura con las definiciones de diatesarón y diapente.

El esquema explica las relaciones armónicas (II,1,15), más próximas al Comentario del Timeo de Calcidio (XLIX) (Waszink 1975). Define las relaciones armónicas (II,1,14): el epítrito (3:4), el hemiolio (3:2), el duplo (2:1), el triple (3:1), el cuádruplo (4:1), y el epogdo (9:8) (fol.36v.23).

De la relación epitetra nace el intervalo musical del *dià tessarōn*, del hemiolio el intervalo *dià pénte*, del duplo el *dià pason*, el triple *dià pason kai dià pénte*, de la cuádrupla la *dis dià pason* y del epogdo el *tónos* (II,1,15-20), completada con la definición de semitono entre la relación (243:256) (II,1,15-22) a la que los pitagóricos llamaron *díesis* (fol.37r.13) (Figura 3 (Figura 37.



Comentarium in Somnium Scipionis ACTo. 236 fol. 51.

6. La Geometria Incerti Auctoris de Gerberto

La parte del c3dico 80 (fol. 159r.1-160v.27), trata de cuestiones geom3tricas atribuidas al entorno de Gerberto. El c3dico no aparece en el cat3logo de las principales ediciones la obra. El texto formar3a parte: del *Caput XIV-Caput XXXII*. (Pez 1853, 115-127), los *Cap. XIV-XXXII* (Olleris, 1867, 427-441), del *Liber IV* y del *Liber III* (Gia App.IV,I). (Bubnov 1899, 317-330, 336-338). La *Geometr3a* consta de 20 proporciones como fuentes diferentes (Tabla 1).

Tabla 1. Cuadro proposiciones Geometria ACTo 80

Proposición	Utilidad	Tema	Estaciones	Métrica	Proporcionalidad	Antecedentes
P-1	Definición	Geometria				Gromaticos
P-2	Definición	Medidas				Gromaticos
P-3	Astrolabio	Altura Astrolabio	1	1/1	Igualdad	Utilidades astrolabio
P-4	Astrolabio	Altura Astrolabio	2	3/4	Sesquitercia	Utilidades astrolabio
P-5	Astrolabio	Altura Astrolabio	2	2/3	Sesquilátera	Utilidades astrolabio
P-6	Astrolabio	Altura Astrolabio	1	3/12	Quadrupla	Utilidades astrolabio
P-7	Astrolabio	Profundidad Astrolabio	1	4/12	Tripla	Utilidades astrolabio
P-8	Astrolabio	AlturaAstrolabio sombra	1			Astrolabio y óptica
P-9	Astrolabio	AlturaAstrolabio sombra	1			Astrolabio y óptica
P-10	Espejo	Altura reflexión	1	1/2	Dupla	Optica
P-11	Sombra	Altura sombra	1			Optica
P-12	Bastones	Altura bastón	1	1/1	Igualdad	Proporcionalidad
P-13	Bastones	Planitud bastón	1			Optica
P-14	Bastones	Altura bastón	1	1/2	Dupla	Proporcionalidad
P-15	Bastones	Altura bastón	2	1/2, 1/4	Dupla, quadrupla	Proporcionalidad
P-16	Bastones	Planitud bastón	1			Optica
P-17	Bastones	Profundidad bastón	1	1/4	Quadrupla	Optica
P-18	Escuadra	Altua escuadra	1	1/1	Igualdad	Proporcionalidad
P-19	Escuadra	Altua escuadra	1	3/4	Sesquitercia	Proporcionalidad
P-20	Bastones	Altura bastón	2			Proporcionalidad

Las definiciones P-1 y P-2 pertenecen a fuentes gromáticas, mientras que las P-3, P-4, P-5, P-6, P-7, son utilidades del astrolabio de origen árabe (Figura 38.a) lo mismo que las P-8 y P-9, pero con fundamentos de óptica.

Las P-18, P-19, P-20 y P-21 a la Óptica atribuida a Euclides, así como las P-10, P-11, P-13, P-15 y P-16. Finalmente la proporcionalidad del triángulo P-12, P-14, P-17, y P20, con la escuadra isósceles P-18, y la pitagórica P-19 (Figura 38.b).

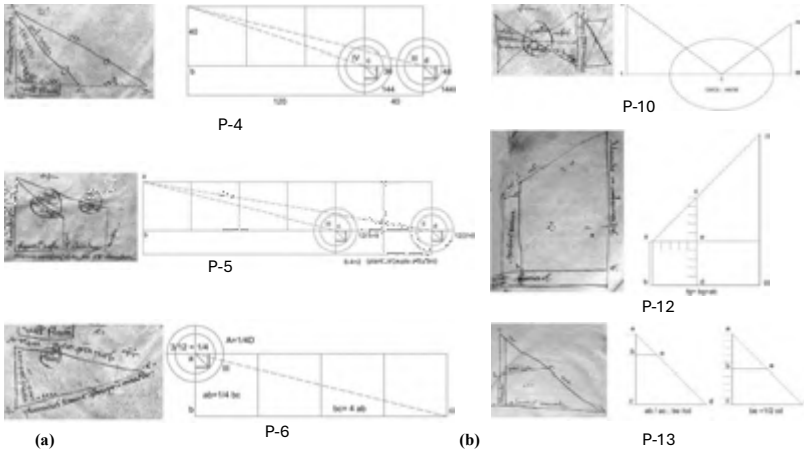


Figura 38. Medición de elementos que no son accesibles.
 A Métodos derivados de la utilidad del astrolabio; b) Métodos derivados de la óptica y de la proporcionalidad.

La singularidad del código ésta en la interpretación de la proposición nº 20. En la edición de Olleris y Bubnov la construcción auxiliar, sobre la montaña, se construye con un elemento auxiliar vertical, bien puede ser una regla o plomada (u, h, z) (Figura 39.c), a diferencia de la de Pez (Figura 39.b) y la de l'ACTo, que es realiza sobre elemento horizontal (u, h, z).

En las representaciones gráficas del ACTo utiliza una escuadra en la visual (bd) sobre el punto (d) para determinar el punto (u), y así (uh), a diferencia de la edición de Pez, que prolonga la visual (bd) hasta encontrar la horizontal (hz) (Figura 39.a).

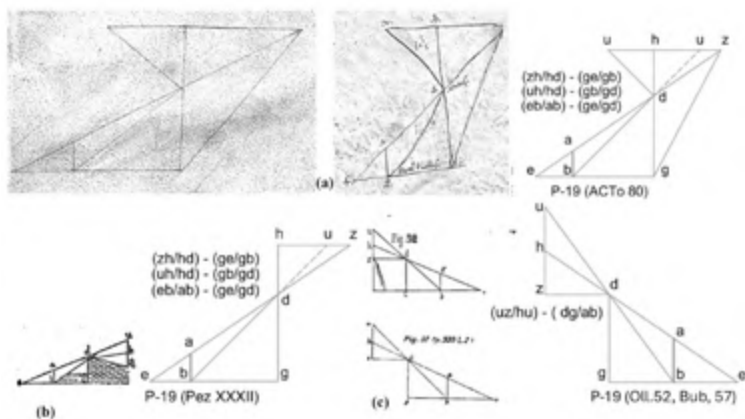


Figura 39. Comparación ediciones Proposición 20. a) ACTo 80, fol.161 ; b) Pez proposición XXXII; c) Olleris figura 52 al igual que en Bubnov figura 57.

7. La numeración de posición

Numeración indo-árabe en el ACTo 80 (fol.162r.1-3), pergamino (55 x 134 mm) recortado en su parte inferior, con una caja de escritura, (28 x 113 mm) la foliación del código 203x144 m. Dispuestas en tres líneas, en la primera las cifras 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, en la segunda los números 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19, 20, y en la tercera: 30, 40, 50, 60, 70, 80, 90 y 100. La notación de la cifra cero, representada per la forma aproximada de la letra tau (τ), es utilizada para caligrafiar las decenas (Figura 40).

La tradición mozárabe de los códigos *Vigilianus* (976) y *Aemilianensis* (992), ordenan las cifras de forma decreciente, 9, 8, 7, 6, 5, 4, 3, 2, 1. (Menéndez 1959, 45-116) (Figura 41). De la misma manera Abraham Ibn Erza (1140-1167), en el *Sefer ha mispar*, (Silberberg, 1895, 2), Leonardo Pisano (1180-1250), *Liber abaci*, (Boncompagni 1854, 253), el Alexandre Villedieu. (c.1175-1250) en el *Carmen de Algorismo*. (Halliwell 1841, 3-27, 73-83).



Figura 40. Numeración de posición indo-arábiga ACTo 80 (fol.162r.1-3).

En el ámbito catedralicio Pedro de Dacia (c.1235-1289) Rector de la Universidad de Paris, como canónigo lo introduce en este ámbito con el *Commentun Magistri Philomeni de Dacia*, (Curtze 1897, 20-92),

Otro ejemplo sería el código de la catedral de Cashel de Irlanda del Ms 1 G.P.A. Bolton Library (Burnett 2002, 15-26) y del mismo parecer el *Algorismus vulgaris* de Joan Sacobosco (1200-1256), (Halliwell 1841, 3-27, Curtze 1897, 1-19).

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	0
1	1	2	3	4	5	6	7	8	9	0
2	1	2	3	4	5	6	7	8	9	0
3	1	2	3	4	5	6	7	8	9	0
4	1	2	3	4	5	6	7	8	9	0
5	1	2	3	4	5	6	7	8	9	0
6	1	2	3	4	5	6	7	8	9	0
7	1	2	3	4	5	6	7	8	9	0
8	1	2	3	4	5	6	7	8	9	0
9	1	2	3	4	5	6	7	8	9	0

1. BOECIO COPIA DELARS GEOMETRIAE (480-524).
2. CODEX VIGILANUS. EL ESCORIAL (976).
3. GERBERTO AURILLAC. DE RATIONE ABACI (980-982).
4. AL-BIRUNI (1092).
5. CODICE 80 ACTO. (S.XII).
6. LEONARDO PISANO. LIBER ABACI (1202).
7. MUSEO BRITANICO MS. HARL. (c.1350)
8. ALGORISMO MUSEO BRITANICO ADD.24059 (c. 1400).
9. QUODLIBETARIUS ERLANGEN Ms 1463 (1524).

Figura 41. Ejemplos caligráficos de la numeración de posición indo-arábiga

La notación (τ) del ACTo 80, para la formación de la numeración de la posición de las decenas, del 20 al 90 y las centenas 100 utilizada por Johannes Ocreatus (f.1200) y el entrono Adelardo de Bath (1090-1160). (Smith; Karpinski 1911, 120, Folkers 2001, 245-265, Burnett 1996, 221-331, Burnett 2006, 15-30, Burnett 2010).

La ordenación cardinal similar al código de Tortosa aparecerá posteriormente en alguna de las aritméticas comerciales *Libro de arismética que es dicho algarismo*, (1393-1400) (Caunedo del Potro; Córdoba de la Llave 2000, 134).

Aparece también en el *Larte de labbacho* de autor desconocido de Tresviso (1478, fol. 1v), la *Suma de la Art de Arismetica* (1482, fol 1v.) Francesc Santcliment (Malet 1998, 84), *La Arithmethica*, de Pietro Borghi (c. 1424-c. 1494) (Borghi 1484, fol.2r), el *Behende und hubsche Rechenung auff allen kauffmanschafft* Johannes Widman (c. 1462-c. 1505) (Widman 1489, fol 5v.)

También en *La art de arithmetica et semblantment de ieumetria dich ho nominatus Compendion de loabaco* de Frances Pello (f.1492) (Pello 1492, fol. 2r). A diferencia, no lo hará así Phippo Calandri (f.1469) en la *Pictagoras arithmetrice introductor* que lo hace inversamente. (Calandri 1484, fol.5 r). Esta obra impresa tuvo como precedente el Ms. Ricc. 2669 de la Biblioteca Riccardiana de Florencia, encargado por Lorenzo de Medici (1449- 1492) para la educación en las artes de la Banca y Comercio de su hermano Giuliano de Medici (1453-1478).

Resaltar que el copista de las definiciones de las ars medievales datado a finales del siglo XII (Bayerri 1962, 180), utiliza para la numeración de las siete artes liberales y los referentes históricos de sus personajes con este tipo de numeración. No podemos determinar el uso generalizado por parte de los canónigos capitulares de este tipo de notación, pero a diferencia los arquitectos que trabajan en el ábside utilizaban la numeración romana para la contratación de las tareas de la obra como lo demuestran los libros de obra, así como en marcado de la fábrica.

La construcción del tercer pilar del ábside va a alterar la labra de los sillares, pasando de una o dos piezas, hasta tres y cuatro tallas por cada hilada (Figura 42.a). La nueva disposición, con piezas más pequeñas, el peso de los bloques utilizados en la construcción se aligera considerablemente, facilitando el transporte y colocación. Por contra aumentará el número de piezas dificultando la colocación y de ahí la necesidad de ordenarlas previamente, apareciendo marcas de sanguina con numeración romana del uso cotidiano (Figura 42.b).

Los números romanos empleados para ordenar la sillería están situados junto a las juntas, disponen de dos marcas por hilada en los pilares P₃, P₄ y P₅ (Figura 42.c).

En la capilla de Santa Lucía, se observan en las hiladas de las piezas interiores, H6 el I, H10 el V, H11 el VI, H12 el VI, repetido. La numeración también en la H13 el VII, H15 el X, H16 el XI y H18 el I, en las exteriores H-7 el II.

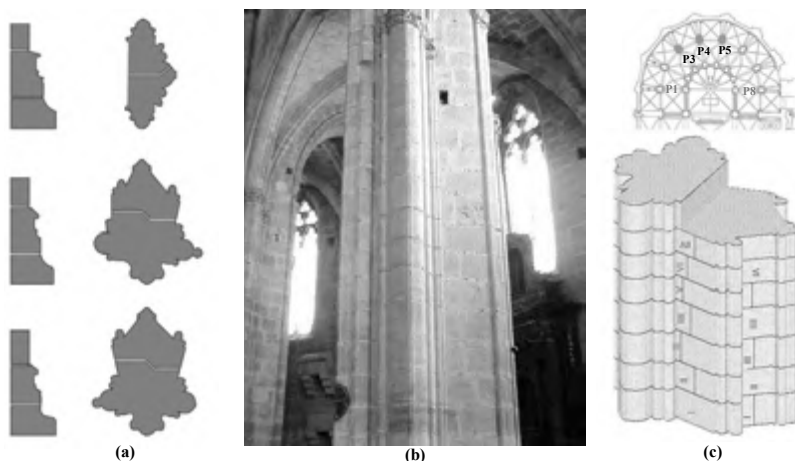


Figura 42. Numeración de posición en los pilares del ábside de la catedral de Tortosa.

En el pilar de la Transfiguración se observan marcas en las cuatro caras de los tramos rectos del pilar, en las hiladas de las piezas interiores: en la cara meridional, H10 el I, H11 el II, H12 el III, H13 el IIII y H15 el VI, en la cara septentrional, H12 el III, H13 el IIII, H14 el V, H15 el VI y H16 el VII. En las exteriores, cara meridional en la H11 el II, H12 el III, H13 el IIII, H14 el V, H15 el VI, en la H16 el VI, H17 y en la H19 el X. En la septentrional, H15 el VI, H16 el VII, H17 el III, H18 el X y H19 el XI (Figura 42.c).

8. Comentario Adelardo de Bath

A modo de apunte, hay una figura concurrente en el estudio de estos códices que es Adelardo de Bath a través de la glosa de Glosa de Al-Haijaj a los *Elementa* de Euclides y en la caligrafía referente a numeración de posición. Se sabe que primero viajó a Francia, donde estudió en Tours y enseñó en Laon, visitó después Salerno, Sicilia, Cilicia, Siria apareciendo nuevamente en Bath en el año 1130. Escribió un libro sobre el

Astrolabio y lo dedicó al futuro rey, Enrique II Plantagenet (1133-1189) donde afirma haber traducido los *Elementa* (De Young 2016, 1-13). De ella parten tres versiones, la Adelardo I, que es la copia más antigua del manuscrito Trinity College 47 (fols. 139-180). Adelardo II escrita por Roberto de Chester (f. 1145) y Adelardo III fue compilada por Juan de Tyne-mouth (+1221) (Figura 43).

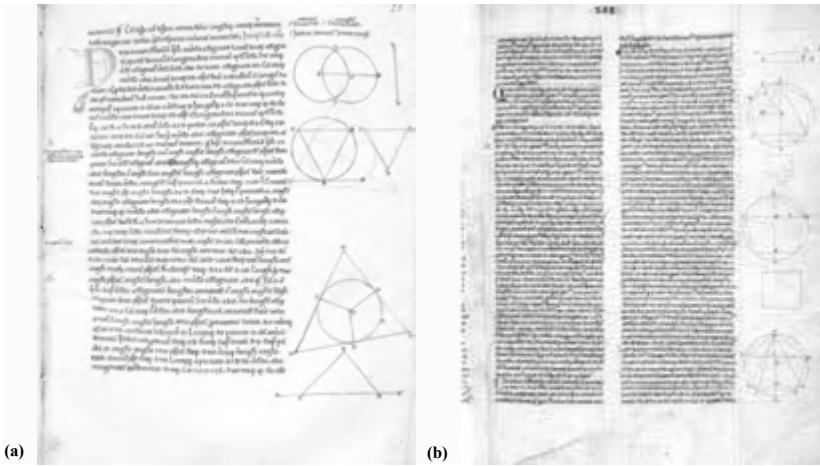


Figura 43. Códices de la traducción de Adelardo de Bath de los *Elementa* a través de Al-Haijjaj. a) Bruges. Bibliothèque publique, Ms. 529, (fol. 23r), siglo XIII; b) Bodleian Oxford, MS. Arch. Selden. B. 13, (fol. 61r), siglo XIII.



❧ ORIENTACION SACRA Y GEOMETRÍA

El Papa Nicolas IV (1288-1292) reformó la primitiva fachada de Santa María la Maggiore, a la vez que encargaba a Filippo Rusuti (c.1255-c.1325) la realización de unos mosaicos (1288-1292) firmados *Philippo Rusuti fecit hoc opus*. En estos se representa al Papa Liberio (352-366) trazando la basílica sobre la nieve, el 5 de agosto del año 358 (Tuker; Malleson 1900, 134). La importancia de la bendición y replanteo del espacio sagrado quedó reflejada en el *Ceremoniale Episcoporum*, con las representaciones de las estampas del *Pontificale Romanum* (1595) de Clemente VIII (1592-1605). Están referidas en la *De benedictione & impositione primarii lapidis pro Ecclesiæ aedificanda*, donde aparecen las figuras del obispo, el diácono y el arquitecto como los artífices principales de la ceremonia (Clemente VIII 1595, 281-296) (Figura 44).



Figura 44. *De benedictione & impositione primarii lapidis pro Ecclesiæ aedificanda*. *Pontificale Romanum* (1595) de Clemente VIII (1592-1605), ACTo.

Antes de la construcción de las basílicas paleocristianas, en las actas de los magistrados Hiparco (+297) y Filoteo (+297), víctimas de la persecución de Maximiano (250-310), cuentan que en casa del primero existía una habitación reservada para la oración, en cuya pared se había pintado una cruz para marcar el Oriente (Daniélou 1960, 292). Simbólicamente, el Oriente es la fuente de la luz, la dirección de Jerusalén es el símbolo del Paraíso de Cristo, como “Luz del mundo” o “Sol de justicia” (Malaquías 4:2, Lucas 1:78, Juan 8:12).

Según las Constituciones Apostólicas (Const. Apost., II, 7) (c. 380) redactadas por los apóstoles y transmitidas a través de Clemente de Roma (+97), es donde se ha de orientar el lugar de reunión de los cristianos (Cleveland 1886. 421). Las primeras referencias en cuanto a la disposición para ejercer el rezo las encontramos en Orígenes Adamantius (185-254) en su tratado *De Oratione* (c.233-234): (Origen 1954, 136). Pese a ello, las primeras basílicas cristianas se construyen direccionalmente sobre las edificaciones preexistentes. Así lo hacen en San Juan de Letrán (9-XI-324) se sitúan sobre asentamientos militares, San Pablo Extramuros (18-XI-324) en la base de un cementerio cercano al Tíber, la Basílica Constantiniana de San Pedro (c. 326) tomará la orientación del circo de Nerón, y finalmente Santa María la Mayor (5-VIII-358) la topografía y edificaciones existentes en lo alto del monte Esquilino. Aunque inmediatamente después, la mayoría de las primeras Basílicas paleocristianas disponían de fachadas principales orientadas a oriente y sus ábsides a poniente.

Esta tradición continúa según las fuentes documentales de Paulin de Nole (353- 431), en la tumba de San Félix en Nole, en Campania o la noticia de Sidoine Apollinaire (430-486) sobre una iglesia construida en 472 en Lyon (Vogel 1962, 175-211).

La orientación de las iglesias fue evolucionando desde una orientación de los ábsides a poniente, Oeste, a una alineación inversa, con el ábside hacia el Este (McCluskey 2004, 197-210). Lo confirman fuentes posteriores, como San Isidoro de Sevilla (c. 556-636) en el *Originum sive etymologiarum libri viginti* (c.630) que comenta en *De aedificiis sacris* que los ábsides de los *templa*, han de estar mirando hacia al oriente equinoccial (*Etym.* L.XV, 3- 4) (Isidoro de Sevilla. 2004, 1069-1073), así como Rabano Mauro (c. 776-856) en *De Universo libri viginti duo* (c.844) defiende que *orientem expectabant æquinocbialem* (*De. Uni.* L.XIV, 21) (Rabano Mauro. 1864. MPL111, Col. 0009 - 0614B).

La alineación inicial del altar y la sede, era central, y posteriormente, se traslada la sede a la epístola, cronología concurrente con el románico (Vogel 1962, 175-211). Esta tipología era muy diferente a las iglesias ibéricas de rito mozárabe que adoptaran la liturgia europea imperante (Martínez. 2002, 87-1008). Bajo el influjo de las litúrgias bajomedievales como el *Liber officialis* (820-826) de Amalario de Metz (c.780-851) los ábsides de los edificios sacros en los siglos (IX-XIII), según la mayoría de los autores, fueron dispuestos sobre el orto solar (Sebastián 1994, 352-255), (Reveyron 2003, 161-175) (Mambelli 2004, 121-158), (Constant 2009, 512-548), (Carrero (2009, 61-97). Después Amalario de Metza inspirará primero a Ruperto de Deutz (c. 1075-1129), con *Liber de divinis officiis* (1120).

Finalmente, la obra clave de la liturgia románica respecto a las orientaciones el *Gemma animae* (c.1120) de Honorio de Autún (1080-c.1153), especialmente en el capítulo (*Gem. Ani. I, 129, De situ ecclesiae*) donde indica la *ecclesiae ad orientem vertuntur ubi sol oritur* (Honorio de Autún 1895, MPL172, Col. 0541 - 0738B).

Otras obras de referencia para la disposición de las alineaciones eclesiásticas son es el *Mitralis de Officio* (1190) del obispo Sicardo de Cremona (1185-1215), (Mitra. I, 2, *De fundatione ecclesiae*), donde indica *Ad orientem, id est, ortum solis aequinoctialem* (Sicardo de Cremona 1855, MPL213, Col. 0011-0011). También en el tratado de Juan Beleth (fl. 1135-1182) con su *Rationale divinorum officiorum*, (c.1150), es especificada en el *Versus orientem, hoc est, versus solis ortum aequinoctialem* (*Ration. cap. II, De loco*) (Beleth 1855, MPL 202, Col. 0165-0167).

Finalmente, la tradición de la orientación sacra es recogida en el *Prochiron, vulgo rationale divinorum officiorum* (1291) de Guillermo de Durando (1230-1296), *Yerus ortum solis aequinoctialem, ad denotandum quod ecclesia quae in terris militat* (*Prochi. I, 8, pp.5*) considerada como obra de mayor influencia en el mundo gótico.

El estudio de la arqueoastronomía cristiana de los siglos (IX-XIII) ha revelado nuevas incidencias sobre la orientación de las iglesias, ya que algunas iglesias mozárabes, prerrománicas o románicas no están orientadas hacia el Este. Por lo que podemos establecer diferentes hipótesis para desarrollar su replanteo:

- Criterio canónico. Consiste en suponer la orientación según los tratados litúrgicos de los siglos (IX-XIII), donde se sitúan los ábsides con la alineación de Este a Oeste. La orientación canónica es heredera de la tradición romana de curso solar con la trayectoria de oriente-occidente, cuyo significado es el nacer del día hasta su ocaso (Delcor 1987, 39-53) (Lluís i Ginovart; López-Piquer; Coll-Pla; Costa-Jove; Urbano-Lo-rente 2019, 226-241).

- Criterio calendario Pascual. Consiste en suponer que las iglesias se orientaron en la festividad de Pascua del año de su construcción, la Pascua de Resurrección desde el Concilio de Nicea (325), estaba fijada como el domingo posterior al plenilunio de primavera (Romano 1997, 723-729) (McCluskey 1998, 165-207).
- Criterio calendario Litúrgico. Consiste en suponer que la iglesia se orientó el día de la festividad del santo al que iba a ser dedicada (Johnson 1912, 225) (Benson 1956, 205-2013), (Spinazzè 2016, 455-463).
- Criterio topográfico. Consiste en suponer que la orientación de la iglesia está influenciada por el entorno o bien porque esté ligada a un accidente geográfico o bien a un paisaje característico (Knapp; Ashmore 1999, 1-30) (Sassin 2016, 154-187).
- Criterio constructivo. Consiste en suponer que la iglesia fue orientada en el día de su replanteo según las adecuadas condiciones constructivas, sin tener en cuenta ningún aspecto litúrgico (Pérez; Pérez 2018, 171-177).

1. Los métodos geométricos del trazado de la orientación

Con lo que respecta al conocimiento de los métodos geométricos utilizados para trazar la orientación de los edificios sacros, podemos establecer diferentes nexos cronológicos entre la herencia de los métodos tardo clásico de Vitrubio y los gramáticos con los de la transmisión de estos conocimientos en el mundo bajomedieval.

Se establecen como referencias, de la *De architectura* (M_1 , M_2), a las que se refiere Moritz Benedikt Cantor (1829-1920) (Cantor 1880, 66-69). Otras lo son las técnicas de orientación a través de las de los gromáticos de los siglos (I-III) a los que se refiere Oswald Ashton Wentworth Dilke (1915-1993), métodos (M_3 , M_4 , M_5 , M_6) (Dilke, 1967, 9-29). Son también referencia aquellos conservados en los cenobios o catedrales como son los textos de los de Gisesmundo de Ripoll planteados por Josep Maria Millàs Vallicrosa (1897-1970) (Millàs 1931, 238-243) (M_7 , M_8), así como la obra apócrifa de Gerberto de Aurillac (938-1003) referida a los gromáticos con los métodos (M_9 , M_{10}) por medio del conocimiento de Gerberto a través del (ACA 225) de Ripoll y el (ACTo, 80) de la catedral de Tortosa (Lluis i Ginovart, J., Baiges I., Alanyà, J. 2015, 803-851). Finalmente podemos plantear la hipótesis de la utilización de la brújula, dado que algunos estudios han revelado la posibilidad de que algunas iglesias situadas en el Centro en Dinamarca (Abrahamsen 1992, 293-303), Alemania y Austria (Arneitz; Draxler; Rauch; Leonhardt 2014, 1-7) pudiesen haber utilizado la aguja imantada.

En el ámbito arquitectónico no tenemos noticias de fuentes directas hasta Lorenz Lechler (c. 1460- c. 1538), quien, en las instrucciones para su hijo, *Unterweisung für seinen Sohn Moritz* (1516), donde orienta el coro con una brújula (Frankl 1960, 916). También *la Lettera di Raffaello d'Urbino a Leone X* (1519) de Raffaello Sanzio (1483-1520) *della forma e misura propria della bussola della calamita* (Visconti 1840, 15-35), con la brújula determina la línea meridiana. Se establece como método (M_{11}) por estar documentada en la Europa del siglo XII. Los métodos trazaran la línea meridiana N-S o la equinoccial E-O (Tabla 2).

Tabla 2. Métodos de trazados de la orientación

Tipo orientaciones y tolerancia en los métodos de trazado						
Método	Autor	Tipo orientación	Tipo trazado	Característica	Operaciones geométricas	Error (max) =0,92%
M1	Vitruvio	Meridiana	Instrumental	2 sombras	6	0.15
M2	Vitruvio	Equinoccial	Instrumental	3 sombras	15	0.06
M3	Higinio Gromatico	Meridiana	Observación	Hora prima	-	-
M4	Higinio Gromatico	Equinoccial	Observación	Hora sexta	-	-
M5	Higinio Gromatico	Meridiano	Instrumental	2 sombras	6	0.15
M6	Higinio Gromatico	Equinoccial	Instrumental	3 sombras	15	0.06
M7	Gisemundo	Equinoccial	Instrumental	2 sombras	4	0.23
M8	Gisemundo	Equinoccial	Instrumental	2 sombras	2	0.46
M9	Apocrifo de Gerberto	Meridiana	Instrumental	2 sombras	6	0.15
M10	Apocrifo de Gerberto	Equinoccial	Instrumental	3 sombras	15	0.06
M11	Brújula	Meridiana	Observación	Brújula	-	-

Método (M_1). Vitrubio (c.80- 20 aC), *De architectura* (Vitr, LI. VI.6) dispone de dos métodos para trazar la rosa de los vientos. El primero mediante un gnomon, al que los griegos llaman *Sciothiras* en la edición de Miguel de Urrea (1582) y en la de José Ortiz y Sanz (1787) *sciatheras*. Se dice que traza sobre la sombra producida por el gnomon, una circunferencia, sobre la cual marca un punto por la mañana (S_1).

Al llegar la tarde, y cuando la sombra del mismo gnomon coincide con la misma circunferencia, se marcará otro punto (S_2). A partir de aquí, se determinará la bisectriz entre ambos puntos (S_1 , S_2) y el centro de la circunferencia, esta línea marca el septentrión, el *cardus* romano (Figura 45).

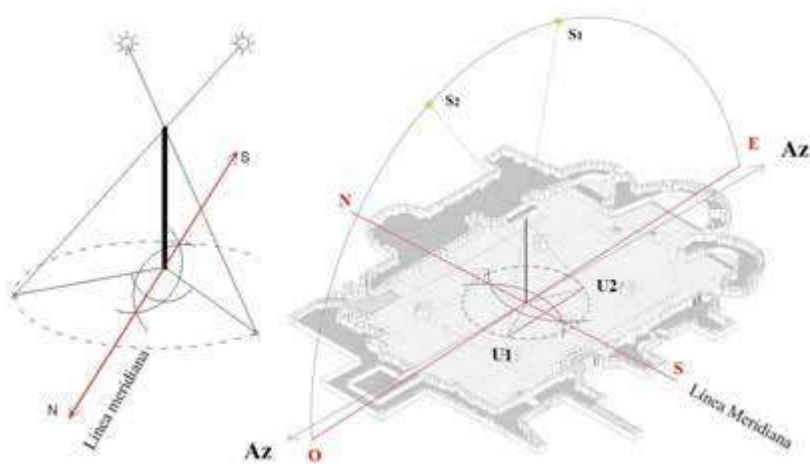


Figura 45. Método trazado (M_1) orientación meridiana. Marco Vitrubio Polión (c.80- c.20 aC).

Método (M_2). Vitrubio (c.80- 20 aC), *De architectura* (Vitr, LI.VI.12): se determina con la proyección de tres sombras, S_1 , S_2 y S_3 . La (S_1) la más alargada y la más próxima a mediodía (S_3) la más corta. Se construyen tres triángulos rectángulos con la media de las sombras (S_1 , S_2 y S_3). Abatiendo la sombra (S_3) desde el extremo del gnomon sobre las sombras (S_1 , S_2), se determinan dos puntos ($1'$, $2'$). Por estos dos puntos ($1'$, $2'$) se traza una recta, y otra, con los extremos de las (S_1 , S_2). La intersección de estas dos rectas determina un punto ($3'$) que, unido a la de la sombra más próxima al medio día (S_3), determinará la línea equinoccial (Figura 46).

Método (M_3). Higinio Gromático (c. 100), *De limitibus constituendi* (La. 166-208) recurre al sol saliente para determinar el *cardus* y *decumanus*, pudiéndose fijar conociendo los equinoccios, pero en las demás situaciones se puede inducir a error. Dice: *aut forte cierunt errorem et neglexerunt, ei contenti tamen regioni ortum et occasum demetiri.* (La. 182-183). También se refiere a ello, Sexto Julio Frontino (c. 30-104) en su *De limiti-*

bus constituendis: Postesta hoc ignorantes non nulli secuti; ut quídam agri magnitudinem, qui qua longior erat, facerunt decumanum et quídam ortum spectant (La. 29).

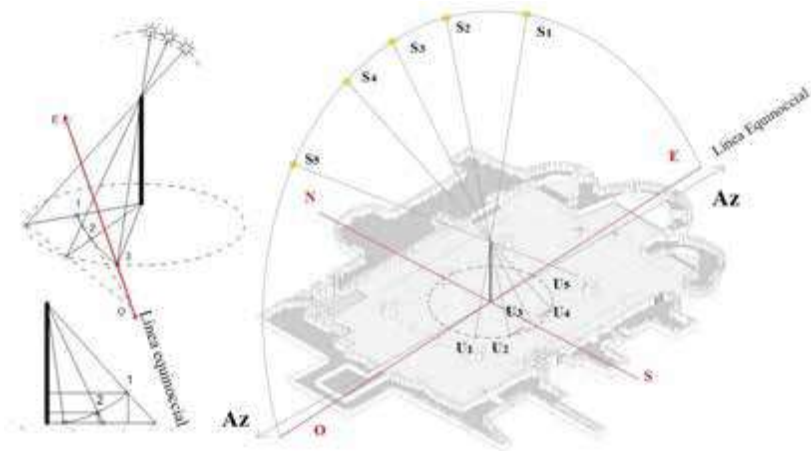


Figura 46. Método trazado (M_2) orientación equinoccial. Marco Vitrubio Polión (c.80- c.20 aC).

La construcción ortogonal del *cardus* y *decumanus* que se utiliza para ciudades y castros, se realizaría con el eje equinoccial. En esta tesitura, Higinio Maior (fl. 98-102) en *De limitibus* (La. 108-112), traza los campos con el *decumanus* máximo, de Este-Oeste, y el *cardus* máximo de Norte-Sur, y dice que han de grabarse los hitos *duodrantales* mirando a occidente en la parte superior de estos, a la vez que el primer *decumanus* a la izquierda debe grabarse mirando a oriente. Pero no especifica como posicionarse con respecto al sol de oriente (Blume; Lachman; Rudorff 1848, 166-208).

Método (M_4). Higinio Gromático (c.100), *De limitibus constituendi* (La. 188): se fija el eje meridiano mediante la hora sexta; *Optimum est ergo umbram hora sexta deprehendere et ab ea limites inchoare, ut sint semper meridiano ordinati*. Con el trazado de la groma alineada con el sol de mediodía, cuando la sombra

arrojada de un cuerpo es la más pequeña, se determina la línea meridiana del *cardus*.

Método (M_5). Higinio Gromático (c.100), *De limitibus constituendi* (La. 188-189), es similar al de Vitrubio (M_1). Dice trazar un círculo en un lugar plano del suelo, cuando la señal del *sciotherum* entra en el círculo después de la salida sol, se señala este punto (S_1), y después, se vuelve anotar el punto (S_2) cuando la sombra coincide otra vez con la figura. Esta línea (S_1 - S_2) se divide en dos partes sobre el círculo sobre el que dirigimos el *cardus*, o sea la línea meridiana de (N-S).

Método (M_6). Higinio Gromático (c.100), *De limitibus constituendi* (La. 189-181), es un método similar al Método (M_2) de Vitrubio. Parte de tres sombras (S_1 , S_2 , S_3) de un *gnomonem*. Abate la más cercana al mediodía (S_3), sobre las otras más largas (S_1 - S_2). Se determina una línea de estas proyecciones sobre las líneas (S_1 - S_2), otra línea, con el extremo de las sombras mayores (S_1 - S_2). Ambas líneas se unen, en un punto, que a su vez es unido al extremo de la sombra menor (S_3), determinando así la alineación de la groma de forma equinoccial (Guillaumin 2005, 240-241).

Método (M_7). Gisemundo (c. 880), *Ars gromatica siue geometría Gisemundi* (Andreu 2012, 49-123). Recomendaba, al igual que los gromáticos clásicos, tomar la sombra de la hora sexta ordenada por el meridiano, al igual que el método (M_4) de Higinio Gromático. Él utiliza el método de la sombra y su traslación alrededor una circunferencia de referencia. Después de la salida del sol existe una sombra alargada (S_1) una más corta (S_2) y otra más corta (S_3), sombra que tiende hacia el interior del círculo. Posteriormente el contacto sobre la circunferencia (S_2 , S_4) forma la línea equinoccial sobre la que apoyar la groma (Figura 47.a).

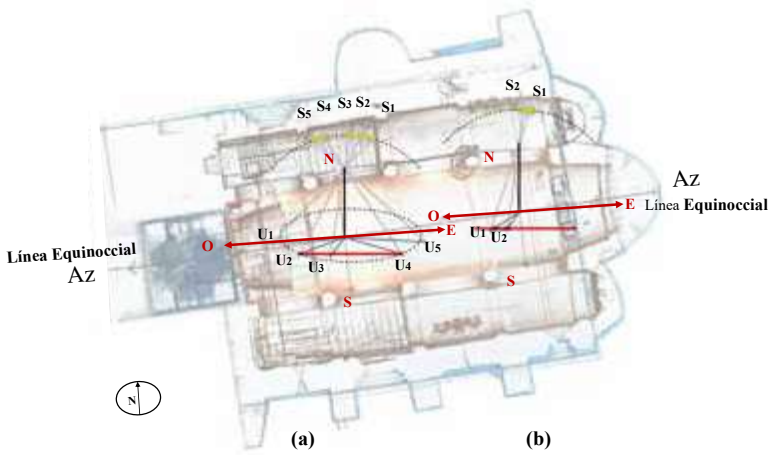


Figura 47. Ars gromática Gisemundo (c.880); a) Método equinoccial (M_e); b) Método equinoccial (M_g).

Método (M_g). Gisemundo (c. 880), *Ars gromatica siue geometría Gisemundi*: determina el Método a través de dos sombras muy próximas. Toma las dos marcas de referencia (S_1, S_2) de dos sombras que dice que pudieran ser observadas en escuadra.

Una vez examinadas las longitudes iguala, la más larga (S_1) con la longitud de la más corta (S_2), con una señal (1'). Dice unir el extremo de la (S_2) con (1') y resolver con la groma la alineación de las señales. No aclara exactamente la alineación. Parece una derivación del método de las tres sombras de (M_2) y (M_6). Las dos primeras marcas (S_1, S_2) forman la línea equinoccial (Figura 47.b).

Método (M_g). Apócrifa de Gerberto de Aurillac (938-1003) *Geometria Incerti Auctoris* (Bubnov 1899, 363-364). *Quot stadia in terris respondeant Zodiaci partibus*, en otros códigos aparece también como proposición *Ad inveniendam terres magnitudinem*. Al final de la proposición donde menciona a Era-

tóstenes (276 aC - 194 aC), para hallar las dimensiones de la Tierra, se encuentra un método similar a los (M_1) de Vitruvio, (M_5) de Higino el Gromático y (M_7) de Gisemundo.

Método (M_{10}). Apócrifa de Gerberto de Orlhac (938-1003). *Geometria incerti auctoris*. Proposición *Alia ratio meridianum describendi*, método es similar al (M_2) de Vitruvio.

Método (M_{11}). Utilización de la brújula (c. 1200). Se conoce la existencia de la piedra imantada documentada en la navegación europea del siglo XII, a la que lo marineros nórdicos llamaban *Leidarstein*. Alexander Neckam (1157-1217) cita un pequeño instrumento similar y Guiot de Provins (c. 1150-c. 1208) donde habla de *pierre laide et brunette* (La Roncière 1897, 394-409). Se sugiere su utilización a en Mesoamérica, en la cultura Maya y los indios Olmec, cambiaron simultáneamente las alineaciones de edificios en lugares distintos con un método para determinar el norte magnético (Fuson 1969, 494-512). Se discute la primacía de la piedra imantada entre América y China (John 1975, 753-760). La orientación mediante la geomancia (feng shui) fue utilizada en las tumbas de las antiguas capitales chinas de Xi'an y Luoyang de la dinastía Han (206 a.C.-220) (Charvátová; Klokočník; Kolmaš; Kostelecký 2011, 159-174).

2. Precisión geométrica de los métodos orientación

Para determinar la precisión analizamos el proceso y número de operaciones geométricas que se necesitan para determinar la alineación del edificio sacro. En el caso de Vitrubio (c.80-20 aC), el método (M_1) *De architectura* (Vitr, LI.VI.6) determina la orientación meridiana a través de dos sombras y cuya ejecución va a necesitar de seis operaciones geométricas (Figura 48).

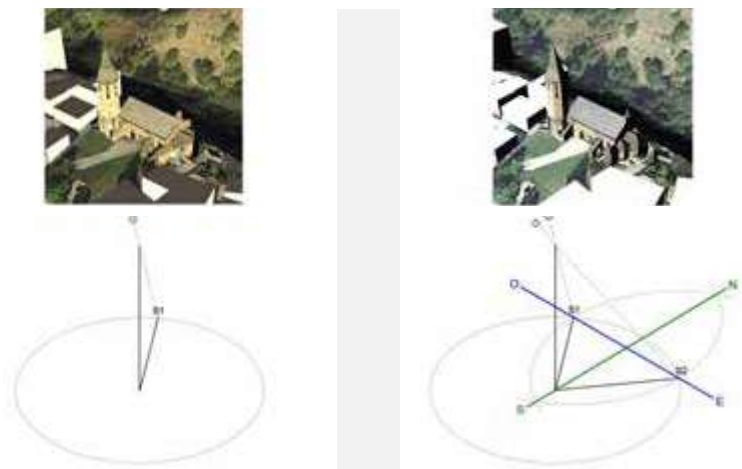


Figura 48. Marco Vitrubio Polión (c.15 aC), Método (M_1). Sant Andreu de Salardú, Equinoccio (2018), S1 8:45 h, S2 15:15 h GTM

El método (M_2), en *De architectura* (Vitr, LI.VI.12), que determina una orientación equinoccial mediante tres sombras con una ejecución de quince operaciones instrumentales de geometría (Figura 49).

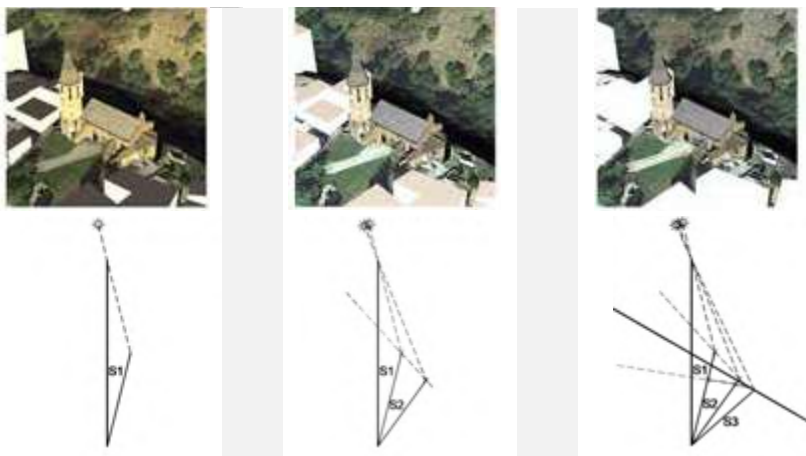


Figura 49. Marco Vitrubio Polión (c.15 aC), Método (M_2) Sant Andreu de Salardú, Equinoccio (2018), S1 8:45 h, S2 10:00 h, S3 11:00 h GTM (Google Earth Pro)

De Higinio Gromático (c.100): El método (M_3), en *De limitibus constituendi* (La. 166-208), que determina una orientación meridiana mediante un procedimiento de observación de la *hora prima*. El método (M_4), en *De limitibus constituendi* (La. 188), que fija una orientación meridiana mediante observación durante la *hora sexta*. El método (M_5), en *De limitibus constituendi* (La. 188-189), que establece una orientación meridiana a través de dos sombras con una ejecución de seis operaciones geométricas, similar al (M_1). El método (M_6), en *De limitibus constituendi* (La. 189-191), que precisa una orientación equinoccial mediante quince operaciones geométricas, es similar al método (M_2).

Los métodos apócrifos de Gerberto, del *Geometria Incerti Auctoris* (c.1000) método (M_9) similar al (M_1) de Vitruvio, al (M_5) de Higinio el Gromático y al (M_7) de Gisemundo; y el método (M_{10}), similar al (M_2) y al (M_6).

El método (M_7) de Gisemundo recomienda tomar la sombra meridiana durante la hora sexta, este método determina una orientación equinoccial a través de dos sombras. Su ejecución requiere cuatro operaciones geométricas (Figura 50.a). El método (M_8) de Gisemundo determina el trazado mediante dos sombras muy próximas, cercanas al mediodía, con una orientación equinoccial a través de un procedimiento instrumental cuya ejecución necesita de dos operaciones geométricas (Figura 50.b).

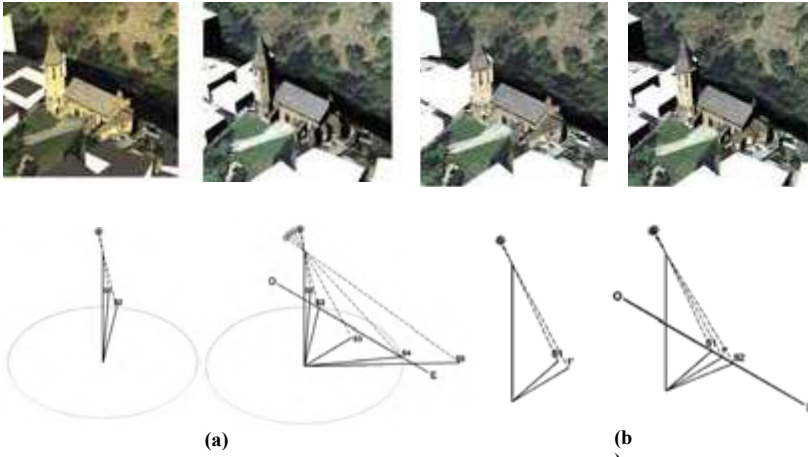


Figura. 50. *Ars gromatica* Gisemundo, c880: Sant Andreu de Salardú, Equinoccio (2018), S1 11:00 h, S2 13:00 h, 1' 12:00h GTM (Google Earth Pro); a) Método M_g ; b) Método M_g .

Cabe plantear también la utilización de la brújula (c. 1150) (M_{11}), que determinaría una orientación meridiana a través de la alineación de una aguja imantada y que habría atender el cambio temporal del Norte magnético. En la actualidad la brújula establece una desviación respecto al Norte verdadero de $[+0^{\circ}, 51' \text{ E}; +0^{\circ}, 55' \text{ E}]$ con un error $[\pm 0^{\circ} 21']$ y con una traslación anual hacia el Este de $(0^{\circ} 10')$. En la época de datación de estas construcciones, la corrección a realizar del Norte verdadero estaría en el intervalo $[+16^{\circ}; +22^{\circ}]$. Es decir, la declinación magnética de los siglos XI y XIII estaría en un intervalo de $[16^{\circ} - 22^{\circ}]$, por lo que resulta bastante improbable.

Los trazados instrumentales (M_1 , M_5 , M_7 , M_9) vienen determinados a partir de dos sombras, una pre meridiana y otra postmeridiana, que se proyectan sobre una circunferencia a fin de garantizar que sus longitudes sean iguales. Se distinguen en que Vitruvio tomará la primera sombra cinco horas antes del mediodía, de tal forma que determina el radio de la circunferencia

y genera un círculo de gran diámetro, por lo que el gnomon podía ser de escasa magnitud.

En los otros métodos se traza primero la circunferencia y se espera a los momentos en que la sombra entra y sale de la misma. Una vez encontrados los dos puntos, se presentan nuevas variaciones: Vitruvio (M_1) realiza una decusación que unirá al centro de la circunferencia para determinar así el meridiano; así también Higinio (M_5), pero a partir del punto medio de la recta que resulta de unir ambos puntos, con un margen de error del ($e_{M1,5} = 0,15\%$).

El más sencillo es el método (M_7) de Gisemundo que directamente une los dos puntos para determinar el eje equinoccial, pudiendo tener un margen de error en su trazado ($e_{M7} = 0,23\%$), por ello más preciso que los métodos M_1 y M_5 . Por su parte, el método (M_8), basado en dos sombras muy próximas cercanas a la hora sexta, podría resultar aún más sencillo, pues se basa, tan sólo, en unir los extremos de dos sombras cercanas de longitudes equivalentes. Sin embargo, puede ser impreciso en función de época del año, aunque es el trazado con el mayor margen de error ($e_{M8} = 0,46\%$) de todos los métodos y por ello en condiciones óptimas el más preciso de todos. Los trazados instrumentales (M_2 , M_6 y M_{10}) utilizan tres sombras para determinar la orientación mediante procedimientos geométricos complejos, por lo que por su instrumentación de quince operaciones los llevaría a una tolerancia mucho menor ($e_{M2,6,10} = 0,06\%$). Para determinar el rango de los errores sistemáticos de los métodos geométricos (M_{1-2} y M_{5-9}) se han supuesto tres hipótesis: (A) con el gnomon perfectamente vertical y un plano de suelo completamente horizontal, (B) otra con el gnomon inclinado ($\pm 1^\circ$) sobre el suelo horizontal, y (C) con un gnomon vertical sobre un suelo ligeramente desplomado ($\pm 1^\circ$) (Tabla 3) (Lluis i Ginovart; Ugalde-Blázquez; Lluis-Teruel 2021, 205-214).

Tabla 3. Precisión de los métodos geométricos de trazado de orientaciones.

Precisión de los métodos geométricos de trazado de orientaciones								
Hipótesis	M1	M2	M5	M6	M7	M8	M9	M10
A	0,14°	0,23°	0,08°	0,23°	0,08°	0,19°	0,08°	0,23°
B	0,11°	0,89°	0,02°	0,89°	0,03°	0,12°	0,02°	0,89°
C	1,07°	1,52°	0,94°	1,52°	0,92°	0,96°	0,94°	1,52°

3. Los instrumentos de trazado para la orientación

Para determinar los posibles instrumentos de trazo de la orientación, tenemos referencia de la *groma*, la *metae*, el *signa* y *perpendicularus* referidas por Frontino en el *De arte mensoria* (Thulin, C. 1913, 15-19) y la *Limitis repositio* de Nypsius (La. 286). La *groma* (Blume; Lachman; Rudorff 1852, 336-349), (Adam 1982, 1003-1019), conocida a través de la lauda sepulcral de Aebutis Faustus en el Valle de Aosta (Rossi 1877, 156-165) y la del agrimensor Verus de Pompeya (Dilke 1979, 41-42). El instrumento estaba compuesto por una barra de fijación *ferramentum* en el suelo, de donde se sujetaba una alidada formada por dos varillas perpendiculares *corniculae*. De ésta pendían cuatro hilos, *fla* o *nerviae*, con sus respectivas plomadas, *pondera* y otra central en la *corniculae*, llamada *perpendicularum* apuntando el *umbilicus soli* (Roth 1996, 299-422). Sin embargo, este instrumento, no aparece en las *Ety-mologiae* de Isidoro de Sevilla y, por esta razón, la pervivencia del instrumento en los siglos (IX-XIII) es dudosa.

El sistema operativo para replanteos en *De limitibus constituendi* de Higinio Gromático se ejecuta: *lineam autem per metas extendemus et per eam ad perpendicularum cultellabimus* (La. 192), extendiendo un cordel entre estaca y estaca y tirando sobre él una plomada. Similar expresión en el *De limitibus* de Frontino, *pertice aequalite ad perpendicularum cultellare debemus, tum ad permensum rigorem extendere lineam* (La. 33-34) (Guillau-

min. 2015, 9-34). La utilización del cordel como *linea* (*Etym.* XIX.18.3) en los *De instrumentis aedificiorum* en las *Etymologiarum* (XIX.18). Aparece también la *regula*, regla (*Etym.* XIX.18.2) (*De. Uni.* XXI.11), como el *circinus*, compas (*Etym.* XIX.19.10) y la escuadra, *norma*, (*Etym.* XIX.18.1).

En la parte dedicada a la geometría, en el manuscrito (BnF. ms. fr. 190093) de Villard de Honnecourt, (fol.20r-fol.21r) (Erland-Branderburg 1991, 39-41) aparecen hasta cuatro representaciones de escuadras (Lam. 39, f, g, p), (Lam. 40, k); compás (Lam. 39, a, b, d, q), (Lam. 40, b, c), (Lam. 41, d); regla (Lam. 39, d, p), (Lam. 39, a). En el (fol. 14v. Lam. 27) de Villard, *Vesci une glize d'esquarie, ki fu esgardée a faire en l'Ordene de Cistiaus*, genera su templo cisterciense a partir de una trama de cuadrados capaz de crecer longitudinalmente.

En la edición crítica del arquitecto J.B.A. Lassus (1807-1857) (Lassus 1858, 113-120) se muestra extrañeza del modelo del ábside cuadrado, lo que podría ser una manera de replantear similar a la técnica de la *varatio* de Nypsius, a manera de un trazado regulador ortogonal escuadrado (Rossi. 2012, 135-139). Otra referencia de este autor es la del *Fluminis varatio* en alusión al *Pa[r] chu prent om la largace d'one aive sens paseir* (fol. 20 r, fig. 39, l) (Bechmann 1993, 154-155).

Las escuadras aparecen en el *Timaeus* de Platón, donde el triángulo rectángulo escaleno (30°-90°-60°) se genera a partir del equilátero (*Tim.* 54, d-e) y el cuadrado a partir del isósceles (*Tim.* 55,b) (Lisi 1997,125-261). A la vez Aristóteles (384-322 aC) lo definirá, en el *Metaphysicorum*, a partir del arco capaz (Met. L.IX, 10, 1051^a, 25-30) (García 1998, 492-493). Euclides (326-265 aC) demostrará el teorema del triángulo rectángulo en sus *Elementa* (L.I. 47) (Heath 1908.3, 349-368) pudiendo así construir ángulos rectos.

Vitrubio recurrirá a Platón, definiendo el cuadrado de lado 10 con sus diagonales y la terna Pitagórica (3, 4, 5) (*Vitr.* L.IX). Cetio Faventino (f. 350) recoge la escuadra como principio de la proporcionalidad (2, 2, 2+ 10/12) (*Fave.* XXVIII) (Cetio Faventino 1979, 210).



Figura 51. Berand Boysset (1355-1415) *La siensa de atermenar* (1401);
a) (fol. 216 r); b) (fol. 218 r); c) (fol. 218 r).

Una referencia directa más tardía para la ejecución de replanteos podría ser *La siensa de atermenar* (1401) de Berand Boysset (1355-1415), quién dedicará una parte a la construcción de la escuadra, construida con regla y compás (CBM. 237, fol. 216 r) (Fig. 51.a) y otra sin instrumentos (CBM 327, fol. 218 r, fol. 220 r) (Fig. 51.b, c) (Lluís i Ginovart 2016b, e132).

En el mismo tratado existen operaciones de aplomado *perpendicularum* (Figura 52.a). (CBM. 237, fol. 143 v) o alineación *extendere lineam* en los términos de la agrimensura romana (CBM. 237, fol. 251 r) (Portet. 2004,221-231) (Figura 52.b). Los métodos operativos una vez desaparecida la groma o la escuadra óptica de Heron de Alejandria (c.20-62) (Schoene1903,

192-193), se redujeron al *cadrim* (CBM 327, fol. 269 v) (Figura 52.c).

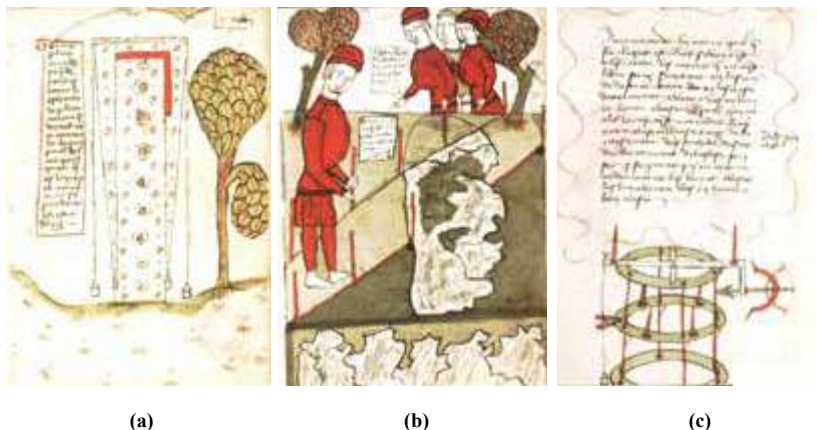


Figura 52. Berand Boysset (1355-1415) *La siensa de atermenar* (1401);
a) (fol. 143 v); b) (fol 251 r); b) (fol 269 v).

4. *Ars gromatica sive geometria Gisemundi*

Rudolf Beer (1863-1913) dió la primera referencia del *Ars gromatica Gisemundi* (M_7 , M_8) de Gisemundo en *Die Handschriften des Klosters Santa Maria de Ripoll, I* (1907), reconociendo la singularidad de este tratado de agrimensura (fol. 76-86) (Beer 1907, 65).

Fué difundido en Catalunya en el Boletín de la Real Academia de Buenas Letras de Barcelona (1910) (Beer; Barnils 1910, 49-50) pero fué Carl Olof Thulin (1871-1921) quien lo introdujo dentro del *Corpus agrimensorum Romanorum* (Thulin 1911, 87).

El código también fue estudiado y editado en parte por Josep Maria Millàs Vallicrosa (1897-1970) (Millàs 1931, 327-335). Del *Ars gromatica Gisemundi*, cuyos orígenes codicológicos se sitúan en la geometría de Pseudoboecio (s. VIII), se conservan

dos copias: el *Codex Parisinus* BN 8812 (c. 800-833) de la Francia meridional (Ref. Ton. 110/097) y el *Codex Riuipullensis* 106 (c. 850-900) del cenobio de Ripoll (Ref. Ton. 118/096) (Toneatto 1995, 999-1112). Su parte introductoria remite a la *Demonstratio artis geometricae* de Pseudoboecio y a unas excerptas del *De limitibus* de Higinio Maior (fl. 98-102) (Toneatto 1982, 191-313.) y del *Corpus Agrimensorum Romanorum*, en donde aparece la metodología de la orientación (fol.77r25-77v 10) (Andreu 2012, 58). El códice *Ripollensis* de Gisemundo contiene trazos de escritura visigótica. Se ha identificado la labor de un agrimensor altomedieval de fuentes cercanas a Higinio Maior que, lejos de ser un mero copista, conocía los fundamentos de esta disciplina tanto a nivel teórico como práctico (Olesti 2017, 257-274). En la obra aparecen dos métodos para poder orientar elementos.

Todo parece indicar que el método más probable del replanteo de los métodos instrumentales se haya realizado mediante los métodos de la sombra solar. Determinado o bien a través de la línea meridiana o la equinoccial.

La hipótesis de la utilización de la brújula (M_{11}) es incierta en esta época, ya que es preciso llegar al Renacimiento para disponer de fuentes directas. Los métodos gromáticos (M_3 , M_4) de observación directa del sol, tienen una precisión relativa, tanto para determinar la altura del sol respecto al otro, como la fecha de observación del fenómeno.

Por otra parte, el método de Gisemundo (M_8) no es preciso ya que las sombras están muy cercanas y, por tanto, el eje equinoccial presentará desviaciones. Del análisis de los métodos geométricos, se observa que los más simples y precisos que se hubiesen podido utilizar entre los siglos (IX-XIII) son: el (M_7) de Gisemundo, el más simple dado que sólo nece-

sita cuatro operaciones geométricas para determinar la línea equinoccial. Los métodos (M_1) de Vitruvio, el (M_5) de los gromáticos y (M_9) del apócrifo Gerberto de Aurillac necesitan de seis operaciones geométricas con el compás, pero si el trazado se realiza en intervalo anterior a la hora tercia y posterior a la nona, el ángulo sugerido por la proyección solar permite una bisectriz precisa, de manera que la línea meridiana se puede trazar con mucha precisión. Los métodos (M_2), (M_6), (M_{10}), respectivamente de Vitruvio, de Higinio Gromático, y de Gerberto de Aurillac que trazan el eje equinoccial son los de mayor complejidad geométrica, dado que las sombras están muy próximas y los ángulos son muy similares y, por tanto, la precisión geométrica al utilizar la apertura de compás produce mayor error relativo por las quince operaciones geométricas que necesita. Con el trazado instrumental de los métodos estudiados donde se propone un error de (0.25%) que representa unos (0.25°).

En función de cada operación geométrica, se determina que los más sencillos son los de Gisemundo (M_7 , M_8) trazados con una sola operación, y cuyo error está dentro de un rango [0°-1°], los métodos (M_1 , M_5 , M_9), podemos establecer un error de un intervalo de entre [0°-1,5°], mientras que en el trazado (M_2 , M_6 , M_{10}) estaríamos en un error entre el [0°-3.75°] (Tabla 6).

Los métodos mayoritariamente utilizados son (M_1 , M_5 , M_7 , M_9), replanteados a través de una sombra pre-meridiana y post-meridiana, pudiendo utilizar los instrumentos de las *Etymologías* (XIX.18) de San Isidoro de Sevilla (c. 556-636) (Isidoro de Sevilla 2004, 1288-1290) y el *De Universo* (XXI.11) de Rábano Mauro (c. 776-856) (Rabano Mauro 1864, Col. 564-565).

El método más sencillo y exacto es el método (M_7) ya que traza directamente el eje equinoccial apoyado en el jalón que hace de gnomon, realizando un *extendere lineam*, mediante el empleo de jalones, y con dos operaciones geométricas directas, como ilustra *La siensa de atermenar* de Berand Boysset (CBM fol. 251 r).

Los métodos (M_1 , M_5 , M_9) una vez realizada la bisección del ángulo, y apoyados en el jalón que hace de gnomon, se habría que marcar el eje equinoccial a través de una *pertice aequilite ad perpendiculum*, con un plomo (CBM 327, fol. 142 r.) y una escuadra con cinco operaciones geométricas. Con este proceso de replanteo, mediante las pértigas y la escuadra, y después del primer trazado de las sombras, hay que añadir de error del $[0^\circ-1,25^\circ]$. Con todo ello podemos estimar para el azimut de una orientación unos errores relativos de alrededor $[0^\circ-5^\circ]$ (Figura 53).

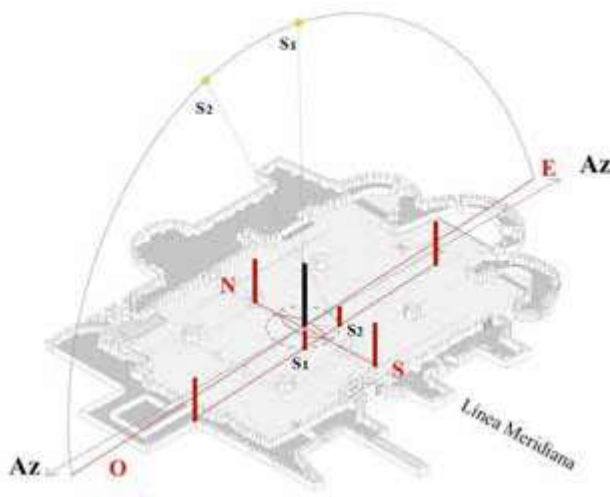


Figura 53. Método de replanteo (M_1) de Vitruvio, (M_5) Higinio Gromático (M_9) del apócrifo de Gerberto.

Para la ejecución de lo que hemos definido como orientación canónica (E-O) de las liturgias del *Gemma animae* de Honorio de Autun y el *Mitralis de Officio* de Sicardo, obispo de Cremona, el método más sencillo y preciso es el de Gisemundo que traza con sólo una operación geométrica el eje equinoccial (Figura 54).

Este eje es el mismo que el del edificio sacro, por tanto, la orientación estaría determinada con un error total de $[0^{\circ}\text{-}1.5^{\circ}]$, con lo que el azimut (A) estaría entre $[87.5^{\circ}\text{-}91.5^{\circ}]$, en consecuencia, con una desviación del orden de casi 2 días. Las *ecclesiae ad orientem* fueron replanteadas mediante una sombra pre y post meridiana y trazadas o bien solamente con una *extendere lineam*, o bien después de ésta, y mediante *pertice aequilite ad perpendicularum*, con un plomo y una escuadra marcando el eje equinoccial del edificio sacro.

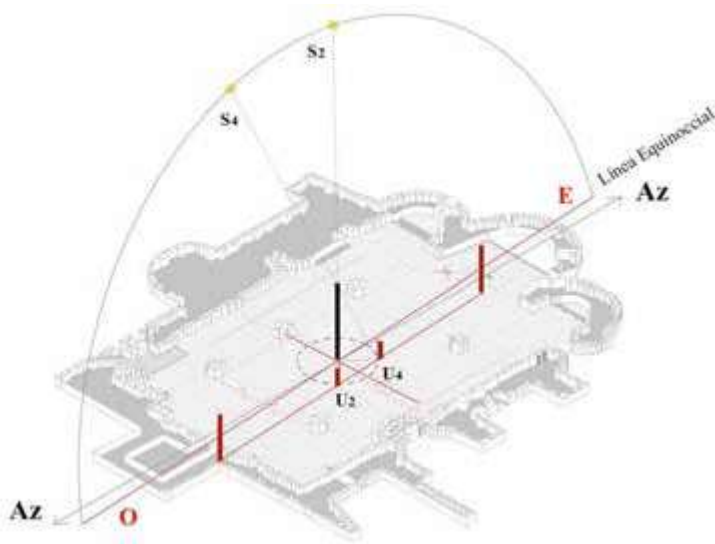


Figura 54. Método de Gisemundo replanteo de un edificio sacro *ad orientem*.

5. Un replanteo de la orientación de una catedral

La cabecera de la catedral de Tortosa, de planta heptagonal, fue levantada y cubierta entre 1374 y 1441, su proceso ha sido documentado en los llibre d'obra (ll.o. ACTo Archivo Capitular Tortosa) (Almuni 2007). El 20 de abril de 1346 el obispo Arnau de Llordat (1341-1346) y el Capítulo de la catedral de Tortosa encarga al *magíster operis*, Bernat Dalguaire (+1347), una nueva catedral que había de sustituir la seo románica (ACTo, NC 1346. 11).

Los nuevos estudios han podido establecer una nueva hipótesis de la catedral románica (Lluís i Ginovart; Costa-Jover; Coll-Plá 2014) (Figura 55) y confirmada con posterioridad con la prospección geofísica con un georradar, IDS Hi-Mod 200-600MHz (Lluís i Ginovart; Costa-Jover; Coll-Pla, 2016, e155).

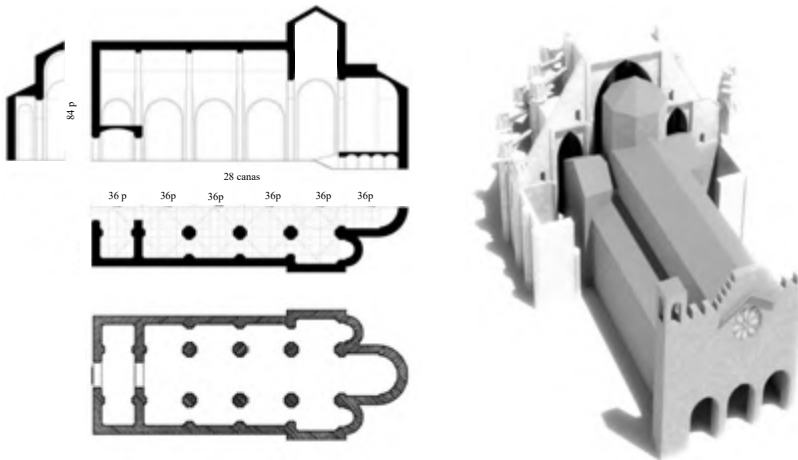


Figura 55. Hipótesis de la planta y sección de la catedral románica.

Esta nueva catedral había de reemplazar una antigua estructura románica, cuya acta de consagración y dotación era del 28 de noviembre de 1178 (O’Callaghan 1888, 295-307). Se fijó una lauda conmemorativa indicando su inicio en 1158 (O’Callaghan 1886, 165-168). La primera piedra de la nueva catedral fue colocada el 21 de mayo de 1347, la obra sufre una paralización tras la Peste Negra (1347-1348) y la Guerra de los dos Pedros (1356-1369).

Los datos de georreferenciación con GPS de catedral actual, según las coordenadas UTM de longitud (λ) y latitud (ϕ), Elipsoide de Hayford FUS-31-N, USER 31, en la cartografía del Instituto Cartográfico de Cataluña (ICC) (Tabla 4) (Figura 56). La precisión del proceso se establece en ($\pm 4,172^\circ$) cuyo intervalo será $[85,828^\circ, 94,172^\circ]$ para una orientación canónica $[E-O = 90^\circ]$, representando el 1,159% del arco sexagesimal, o (± 4 días) en la orientación sacra.

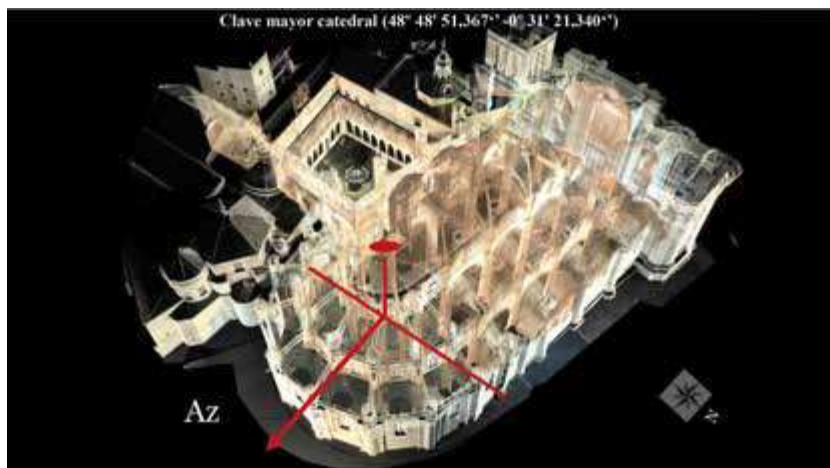


Figura 56. Terrestrial Laser Scanner (TLS) para el análisis de azimut
Az catedral Tortosa.

Tabla 4. Referencia longitud (λ) y latitud (ϕ) catedral

Tabla coordenadas principales Az				
Elemento	ordenadas Sexagesimales G	Zon	Altura (h)	
	(ϕ), La ($^{\circ}$ ' ' ") (λ), Lo ($^{\circ}$ ' ' ")	a	(m)	
Clave mayor catedral	40° 48' 51,367"	0° 31' 21,340"	37.713	
Centro muro ábside	40° 48' 51,286"	0° 31' 22,110"	25.503	
Centro fachada	40° 48' 51,575"	0°, 31' 18,941"	32.720	
Coll d'Alba	40° 48' 58,221"	0° 34' 15,650"	335.628	
La Creu	40° 48' 34,658"	0° 34' 2,341"	385.919	
Kaaba La Meca	21° 25' 20,986"	39° 49' 34,173"	333.000	
Elemento	Coordenadas decimales GD	Zon	Altura (h)	
	(ϕ), La° (λ), Lo°	a	(m)	
Clave mayor catedral	40.814268577	0.522594214	37.713	
Centro muro ábside	40.814246158	0.522808448	25.503	
Centro fachada	40.814326323	0.521928154	32.720	
Coll d'Alba	40.816172419	0.571014002	335.628	
La Creu	40.809627217	0.567317049	385.919	
Kaaba La Meca	21.422495420	39.826159289	333.000	
Elemento	Coordenadas UTM		Zon	Altura (h)
	(ϕ), La° (este)	(λ), Lo° (norte)	a	(m)
Clave mayor catedral	291053.643	4521093.186	31	37.713
Centro muro ábside	291071.441	4521090.679	31	25.503
Centro fachada	290997.217	4521101.800	31	32.720
Coll d'Alba	295143.595	4521190.044	31	335.628
La Creu	294811.188	4520472.638	31	385.919
Kaaba La Meca	585620.691	2369133.251	37	333.000

La orientación se ha de determinar en función de las fases constructivas perfectamente visibles después del primer tramo de nave en la fase constructiva del ábside (1347-1441) (Figura 57.a). El azimut Az_{1347} se determina tomando la dirección desde el centro de la boca del presbiterio hasta la mitad de la pared cerramiento ($Az_{1347} = 98,193^{\circ}$) y su margen ($98,193^{\circ} \pm 4,172^{\circ}$) cuyo intervalo será $[85,828^{\circ}, 94,172^{\circ}]$.

La alineación de la nave central se determina en la segunda fase constructiva (1441-1625) (Figura 57.c) dando un resultado de ($Az_{1625} = 98,569^\circ$). De esta manera el azimut de toda la catedral entre el ábside y la fachada principal es de ($Az_c = 98,448^\circ$) (Figura 57.b).

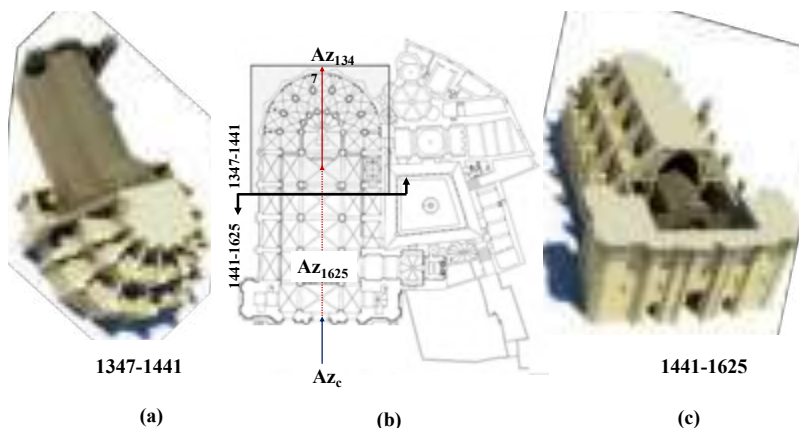


Figura 57. Primera fase constructiva del ábside (1347-1441); b) Azimuts del ábside (Az_{1347}) de la nave central (Az_{1625}) y de la catedral (Az_c), c) Segunda fase constructiva de las naves período (1441-1625).

La determinación de la catedral románica (Az_{1158}) se comprobaron las improntas que aún se evidencia de ella:

Impronta 1 (I_1). La antigua Sala Capitular (1320-1345)

Impronta 2 (I_2). Bóvedas ojivales (c.1320)

Impronta 3 (I_3) Torre de la Capilla de San Pedro (1347)

Impronta 4 (I_4). Construcción capillas ábside (1424)

Impronta 5 (I_5) Alineación nueva del Claustro (1455)

Impronta 6 (I_6) Alineación Capilla Santa Cinta (1672)

Impronta 7 (I_7). Espacio canonjía nivel 0 (c.1158)

Impronta 8 (I₈). Espacio abovedado Capilla Santa Cinta

En el caso de catedral románica determinamos a través de las posibles hipótesis por medio del error cuadrático se obtiene ($Az_{1158} = 94,151^\circ \pm 1,608^\circ$), por lo que estaría en el intervalo $[95,759^\circ - 92,542^\circ]$. La superposición de las excavaciones de 1901 de Joan Abril i Guanyabens con la cartografía actual ($A_{c.100} = 114,160^\circ$) respecto a la orientación de catedral gótica $Az_{1347} [94,021^\circ, 102,365^\circ]$ (Figura 58.a).

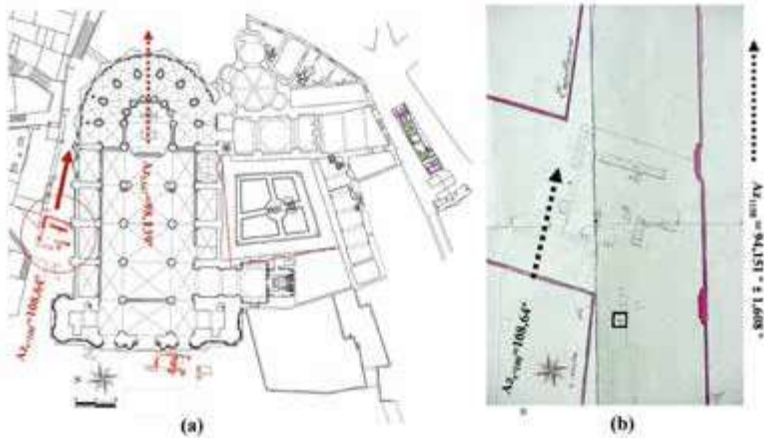


Figura 58. Alineación excavaciones catedral de Joan Abril i Guanyabens (1901) con la hipótesis de la alineación del Templo romano ($Az_{c.100}$) con respecto al azimut de la catedral gótica (Az_{1337}).

De este análisis se desprende que la catedral románica provoca un redireccionamiento sobre los restos arqueológicos existentes de tradición romana $A_{c.100} = 114,160^\circ$, y que además, podrían ser compatibles con la hipótesis de la alineación de la mezquita de Turtusha $A_{c.717} = 120,042^\circ$. La hipótesis de la catedral románica ($Az_{1158} = 94,151^\circ \pm 1,608^\circ$) representa en su trazado un cambio sustancial con respecto a las preexistencias existentes, sean de origen árabe o andalusí (Figura 58.b).

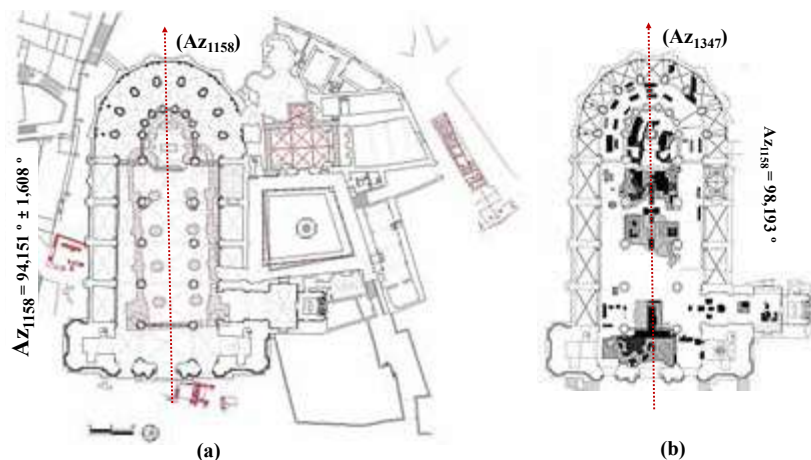


Figura 59. a) Hipótesis de la catedral románica $Az_{1158} = 94,151^\circ \pm 1,608^\circ$; b) Azimut $Az_{1347} = 98,193^\circ$ del ábside $\pm 1,608^\circ$.

Por tanto, en este momento es cuando se orienta la catedral románica hacia un azimut canónica, de manera que, el valor más probable es la media de las hipótesis de los seis azimuts (e_a) que resultaría $Az_{1158} = 94,151^\circ$ con un error medio cuadrático de la media (e_c) = $(\pm 1,608^\circ)$ (Figura 59.a).

La orientación (E-O = 90°) estaría dentro del intervalo que se ha establecido dentro del error metodológico [$99,931^\circ$, $88,370^\circ$]. Pero los resultados de la catedral románica también serían compatibles con el intervalo del azimut de la catedral gótica, Az_{1347} ($98,193 \pm 1,608^\circ$) [$94,021^\circ$, $102,365^\circ$] (Figura 59.b).

La orientación más probable de la catedral románica resultaría $Az_{1158} = 94,150^\circ$, con un rango [$89,978^\circ$ - $98,978^\circ$], cuyo intervalo abarcaría la orientación canónica de Este a Oeste. La catedral románica provoca un redireccionamiento sobre los restos arqueológicos del posible Templo romano de Dertosa ($Az_{c.100} = 114,160^\circ$) que pudieran ser compatibles con la superposición de la mezquita Turtusha y con la dirección de la Kaaba

en la Meca ($Az_{c.717} = 108,25^\circ$). Con ello, la catedral románica se orienta con gran exactitud como *Ecclesiae ad orientem*, de acuerdo con los tratados litúrgicos.

La catedral gótica $A_{1347} = 98,193^\circ$ se replantea sobre la románica sin poder determinar su eje, ya que se construye a manera de circunvalación sobre la *ecclesia vetulam*. Por lo que es justificable la diferencia que existe entre las dos. Ambas orientaciones, a su vez, preservan el horizonte visual de las montañas del *Coll del Alba*. No podemos establecer cuál de los métodos e instrumental fueron utilizados para determinar la orientación de la catedral románica, pero hemos demostrado que el *Ars gromatica siue geometría Gisemundi* (c. 800) es el que puede trazar una orientación con menor error (Figura 60).

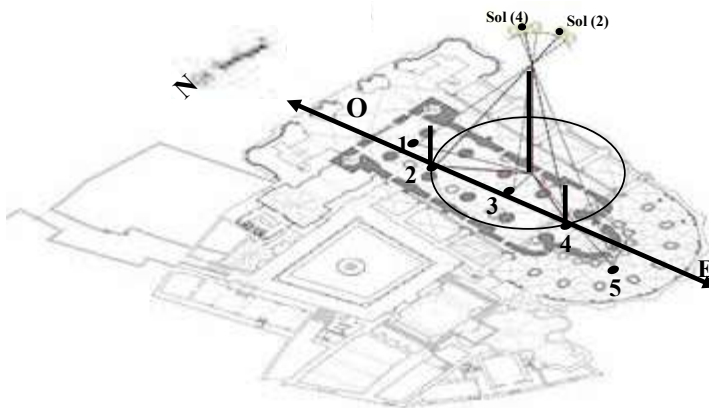


Figura 60. Hipótesis de reorientación de la catedral románica de Tortosa sobre las preexistencias de Templo romano de Dertosa la mezquita Turtusha mediante el método M_7 de Gisemundo.

Los orígenes codicológicos de Gisemundo del que se conservan dos copias, Codex Parisinus BnP 8812 (c. 800-833) de la Francia meridional y el Codex Riupullensis 106 (c. 850-900) del cenobio de Ripoll. Cabría la especulación de la conexión

con el cenobio y escritorio de Ripoll a través del abad del monasterio Ripoll y de San Juan de las Abadesas, Ponç de Monells (c.1120-1193) quien fué obispo de Tortosa (1165-1193), ante la evidencia de la *Geometria incerti auctoris* de Gerberto del códice 80 (ACTo) de la segunda mitad del siglo XII (Lluís-Teruel; Lluís i Ginovart 2022).



⌘ LA *PRACTICA* DE LOS CONSTRUCTORES

La *Constitutio* de York (926) rectificaba diversas veces según las Ordenanzas de la Catedral de 1352 y la 1409, estaban bajo el estricto control del Capítulo, a quién el maestro de la fábrica jura fidelidad (Ghyka 1978, 69-70) aconsejando el estudio de Euclides y Vitrubio (Cervera 1978, 44). El obispo Oswald de Morcester, requería el uso de la geometría de Euclides en la fundación de la abadía de Ramsey (969) (Harvey 1972: 107).

Euclides, no solamente formaba parte de ciencia especulativa de los clérigos, sino que representaba simbólicamente el saber de los constructores. De aquí que los estatutos profesionales reconocen en su seno, un grado de transmisión de su simbólico conocimiento. De esta manera la ordenanza más antigua conservada es la de Trèves, conocida por la *Hüttenordnung* (1379) empieza *Hic incipit constitutiones artis Geometriae secundum Euclid* como también su posterior *Die Regensburger Hüttenordnung* (1459) (Wissell 1942, 51-133). También en el mismo inicio en el conocido como *Regius Poema* (British Museum, Royal 17 A1), que ha perdurado hasta las versiones modernas, como el Old Royal Library 1734 (1757): *De esta manera, a través del buen ingenio de la geometría, comenzó primero el oficio de la albañilería; el clérigo Euclides lo encontró de esta manera, este oficio de la geometría en la tierra de Egipto* (53-56).

La definición de artes liberales aparece en el Manuscrito Cook (c.1400) (British Museum, Additional Ms 23,198), (Harvey 1972, 191-207), viniendo a decir: *Hay siete ciencias liberales, es decir, siete ciencias u oficios que son libres en sí mismas, las cuales*

siete viven sólo de la geometría. Y geometría es tanto como decir la medida de la tierra, (fol. 5 r -5v)

En la Grand Lodge No.1 1583 (Mazet 2001, 47-61): *La quinta es la geometría, que enseña al hombre la determinación y la medida de la tierra y de todas las cosas, ciencia a la que se llama masonería.*

Con ello pese a la condición plebeya del oficio de arquitecto medieval, en la logia se le enseñaba que el arte de construir tenía un origen honroso, ya que idealizaba el concepto de Dios como arquitecto. El paso al grado de la maestría le garantizaba un reconocimiento social, como lo demuestra el título de *Doctor Lathomorun* en la tumba de Pierre de Montreuil (+1270), u otros calificativos como *magister doctissimus, doctissimus in arte*. (Kostof 1984:82, Cupelloni 1996: 169-170)

Por otra parte, hay numerosas fuentes que recurren a Vitruvio como el obispo Bernward de Hildesheim (993-1022), quién construyó la iglesia abacial de San Miguel (1001-1031) (De Bruyne 1946, 2, 409-410). Reconocido por Riquero de Reims (c. 940-998) *Historiae* (CXXXVIII 107), *secundum Vitruvii atque Boetii*,; Hugo de San Víctor (1096-1141) *Eruditio Didascalica* (CLXXVI 765), *Palladius quoque De agricultura scripsit; Vitruvius autem De architectura*, o Vicente de Beauvais (c.1194-1264) en el *Speculum naturale* (XXVIII 2), *Vitruvius in libro tertio de architectural Corpus hominis ita natura composuit* (Manzanero 2008, 8-99).

La geometría teórica era conocida por los promotores de las construcciones medievales pero sus ejecutores conocían una geometría practica que se conoce como *geometria fabrorum*. En el archivo Capitular de la catedral de Tortosa ACTo, se ha conservado la conocida como Traza de Guarc realizada con tinta

sobre el pergamino (917x682 mm) Figura 61.a). Esta representación gráfica es un claro ejemplo de la geometría conocida por los maestros medievales ya que permite el análisis de su trazado y por tanto la génesis de su pensamiento geométrico (Figura 61.c). En el resto del pergamino se representa de la proyección ortogonal de la planta de una catedral, en la que en la parte superior existe una nota caligráfica “En Antony Guarç”. En el verso del pergamino en la parte superior “Fábrica -Nº49-”, con otra línea, “ilegible” “marca ilegible” y “traja”. En la parte inferior, Nº9, “Mostra d’En Antony Guarç, y datado entre (c. 1345-1380) (Figura 61.a).

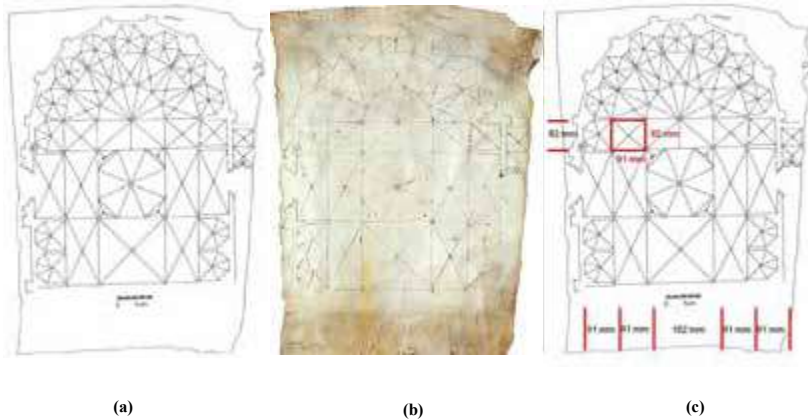


Figura 61. a) Transcripción gráfica; b) Pergamino de Guarç, ACTo Fábrica Nº49; c) Métrica de la traza.

Las representaciones gráficas como la planta de Antoni Guarç (c. 1345-1380) son muy escasas debido a la abstracción geométrica que requiere, siendo la más antigua conservada en la península Ibérica (Lluís i Ginovart 2016, 91-107). Junto con el desaparecido alzado de Basques de Montblanch (c.1345-1377, 1424), (Matamoros 1932, 52) se presentan cronológicamente durante el proceso de construcción de la cabecera de la catedral de Tortosa (Figura 62).

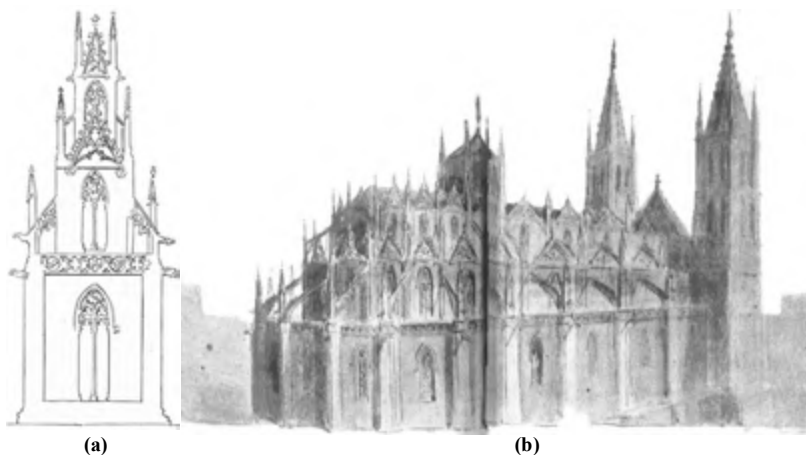


Figura 62. Alzado de Basques de Montblanch a) Reproducción del original del ACTo desaparecido; b). Interpretación Federico Llorca Mestres.

Las representaciones aún existentes están concebidas como la recopilación de otras tipológicas, es el caso de las recogidas por Villard de Honnecourt (c.1175-1240) de Notre-Dame de Cambrai (BnF Ms. Fr. 190093, fol.14v.), la catedral de Saint-Etienne de Meaux, (BnF Ms. Fr. 190093, fol.15r), y la abadía de Vaucelles (BnF Ms. Fr. 190093, fol.17r) (Lassus 1858, 112-124, 130-131), (Bechmann 1993, 108-112).

Otras posteriores están realizadas como copia para traslados de modelos, son las atribuidas a Michel de Fribourg, de las catedrales de París y la de la San Croix de Orleans (1388) (Musée de l'Oeuvre Notre-Dame de Strasbourg, Inv.29, Inv. 21)(Bucher, 1968: 59, fig.15), (Vandekerchove, 1989: 317-318).

En Italia existen las plantas del proyecto de la Catedral de Milán que es coetáneo cronológicamente al de Guarç y atribuido a Henri Parler (c.1392) (Musée de l'Oeuvre Notre-Dame de Estrasburgo, Inv.nº29). Las representaciones de Antonio de Vincenzo para Bolonia (c. 1390-1392) (Museo de San Petronio de

Bologna, cart.389, nº1). También las dos proyecciones iconográficas para los diseños del Duomo de Siena (S2-S3) del Museo dell'Opera della Metropolitana. (Ascani 1989, 268-270) (Ascani, 1997, 89-94).

Otras trazas a partir del siglo XV que se plantean como un proyecto global de edificio son las de Steyr (Vienna Akademie ABK 17052), Zagreb (ABK 16926), Augsburg (ABK 16846), Kuttenberg (ABK 16841) y la de Nürnberg, (Germanisches National-Museum) (Bucher, 1968, 59) (Bucher 1972, 38).

En la península ibérica existen unas trazas tardo góticas de planta completa, como la de la catedral de Sevilla, del Convento de Bidaurreta (c.1433-1490) (Alonso; Jiménez 2009, 63-74), el pergamino realizado por Bartolomé de Pelayos (1502) para la catedral de Coria (Sánchez 1982, 63-76), y el de Juan Gil de Hontañón (1524) para la seo de Segovia (Casaseca 1978, 29-51).

En el pergamino de Antoni Guarc (c. 1345-1380) se observan una base de líneas auxiliares utilizadas como soporte a la traza definitiva. El encaje del pergamino se realizó mediante un módulo inicial. En el pergamino se divide el ancho de la catedral en 6 partes (91 mm), unidad patrón. Junto a la clave del presbiterio, donde existe un rectángulo con una relación de (91/82 mm) (Figura 61.c).

El análisis de las improntas, previas a las trazas definitivas, permite establecer una metodología interpretativa de la posible construcción gráfica. Sobre el soporte, existen unos puntos que penetran el pergamino. Unos situados sobre el perímetro, que fijan el soporte (Pa1) y otros de puntas de compás, para el transporte de medidas (Pa2), otras donde son los centros de la circunferencia y que penetran y rompen la superficie (Pa3). Las líneas están traza-

das con punzón, en los tramos rectos (La4), y con compás de dos puntas para las circunferencias (La5) (Figura 63).

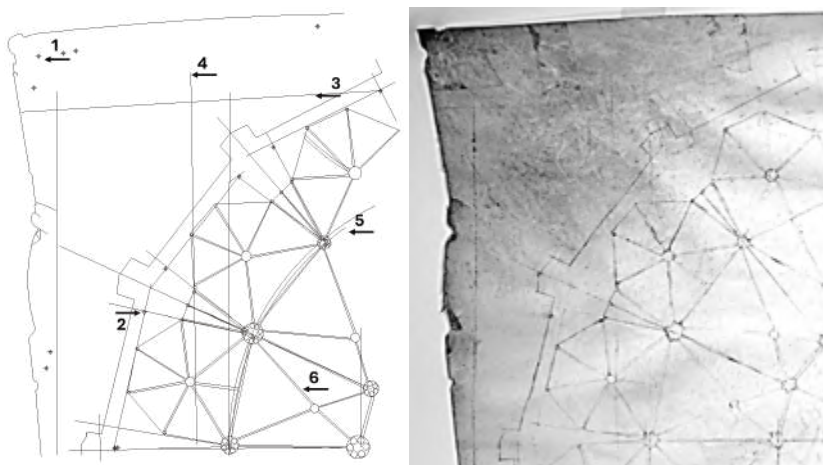


Figura 63. Detalle de las improntas del Pergamino. “*Mostra d’En Antony Guarç, ACTo Fàbrica -Nº49*” del ACTo. (c. 1345-1380). Interpretación del autor.

En referencia a la tipología de la técnica gráfica de líneas, hay unas trazadas con elementos punzantes, que alterarán la superficie de la piel y hay otras semejantes al trazo del grafito. Las primeras son las que encajan el dibujo y trazan las proporciones (Figura 64.b), mientras que las segundas están realizadas como auxiliares para el trazado y son fijadas posteriormente con los trazos definitivos de tinta. El análisis de las líneas auxiliares y los puntos dará la secuencia del trazado y determinará el número de operaciones que se establecen a partir de él. Unas líneas se emplean para el encaje general del proyecto y la proporción de sus partes, y otras para los métodos de trazado de las figuras geométricas (Figura 64.a). Hay puntos que tienen una solici-tación, algunos dos, y otros como PO.1, hasta cinco utilidades donde concentran la mayoría del trazado auxiliar, reconocido como punto principal o de origen. El PO.2 corresponde al cen-

tro del cimborrio y PO.3 a la clave del coro y centro del trazado del ábside (Figura 64.c).

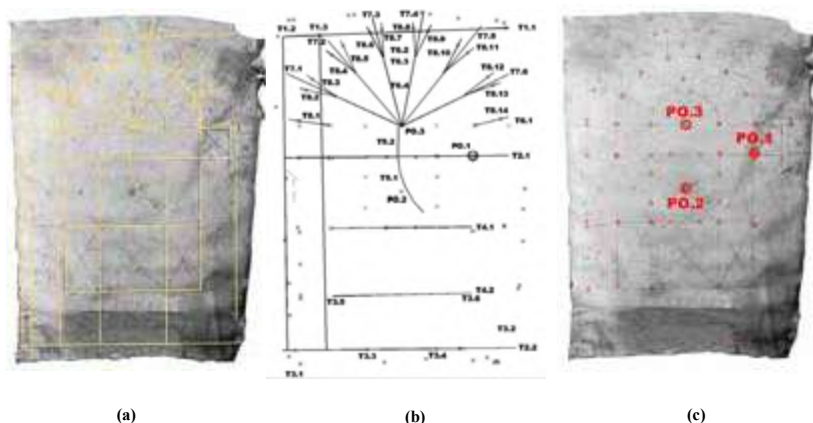


Figura 64. Improntas de la traza de Antoni Guarc (c. 1345-1380).
a) Líneas de encaje; b) Tipología de las improntas; c) Puntos de encaje. Interpretación del autor.

La secuencia de trazos auxiliares para trazar la planta pudo ser (Figura 65.a):

T0. Puntos de fijación sobre el borde del pergamino, las incisiones y rotura total de la piel.

T1. Líneas de encaje de la traza. Las exteriores T1.1 y T1.2. Sobre T1.1, trazó un punto de compás determinando T1.3, la medida entre las líneas T1.1 y T1.3 es el módulo que utilizará para el trazado del pergamino.

T2. Líneas de encaje de la planta. La T2.1 situada en la boca del presbiterio, es el punto de partida para determinar la proporción del ancho de las naves. Traza una línea exterior al dibujo principal, T2.2, que está dividida en seis partes iguales.

T3. Líneas de composición vertical de la planta. En la T2.1 existen puntos dobles, que sirvieron para el trazado del cimborrio y otras líneas con la proporción de la nave central con respecto a las laterales: la primera a $1/3$ del total y las segundas a $1/6$. Se trazó la secuencia de las líneas: ancho total de la planta T3.1 y T3.2, el de la nave central T3.3 y T3.4 y finalmente las de las naves laterales algo más cortas, T3.5 y T3.6.

T4. Líneas de composición horizontal. Sobre las líneas verticales T2 se cruzan las horizontales T4.1 y T4.2 que dan la forma a la estructura de la nave. Llegado a este punto se podría optar por trazar el cimborrio o el ábside.

T5. Líneas de composición de la cabecera. Traza el arco de centro PO.1, desde T4.1 hasta T2.1, la línea de compás T5.1, y después T5.2 cuyo final determinará la situación de la cabecera semicircular. El proceso de las líneas T5 puede ser interpretado como el método de trazado del heptágono.

T6. Líneas del trazado del ábside. La línea T5.2 tiene la misma longitud que la distancia entre los puntos (T2.1-T3.3) y (T2.1-T5.1), y determina la profundidad del tramo recto del presbiterio T6-1.

En el centro de la nave, el punto PO.3, la clave del presbiterio, se establecen los arcos del deambulatorio T6.2 y su corrección T6.3, a partir del punto (T3.5- T6.1), después T6.4 línea de cierre del presbiterio.

Las líneas T7 i T8, son las líneas principales de las operaciones auxiliares para determinar la construcción del ábside. A partir de aquí se trazarán las figuras geométricas del octógono y tetradecágono con sus líneas auxiliares (Figura 65.b).

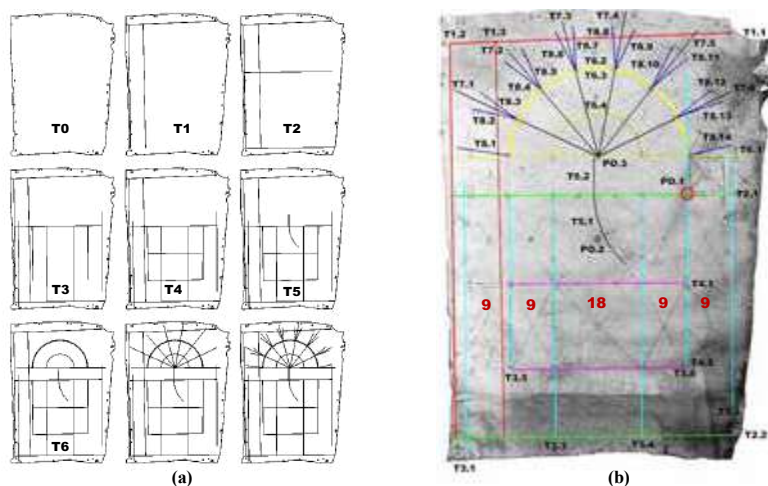


Figura 65. Improntas de la traza de Guarca. a) Proceso del trazado de las líneas de encaje; b) Tipología de las improntas de las figuras. Interpretación del autor.

1. La geometría del trazado del octógono

El trazado del cimborrio del pergamino necesita de algún método para la construcción del octógono. Así el tracista toma como base la línea principal T2.1 situada al pie del presbiterio y construye el cuadrado estructural donde está inscrito el cimborrio. Se observa que, en los P1, P2, P3, P4, existe una punta de compás. Así se trazó el centro del cuadrado, PO.2. Este punto viene determinado por el cruce de los diagonales (P1-P3) y (P2-P4) aún son visibles las trazas auxiliares de grafito. Los vértices opuestos P1, P3 del cuadrado tienen dos marcas de compás, a diferencia del resto. Con el giro del segmento (P1-PO.2), sobre el vértice (P1) se obtienen los puntos P5 y P6. La misma secuencia sobre el punto P3, obteniendo los puntos P7 y P8. La distancia (P5-P7) y (P6-P8) es la medida del lado del octógono, reiterando el trazado mediante esta obertura de compás, se encuentran los puntos P9, P10, P11 y P12, sobre los que se observa la marca de compás. (Figura 66).

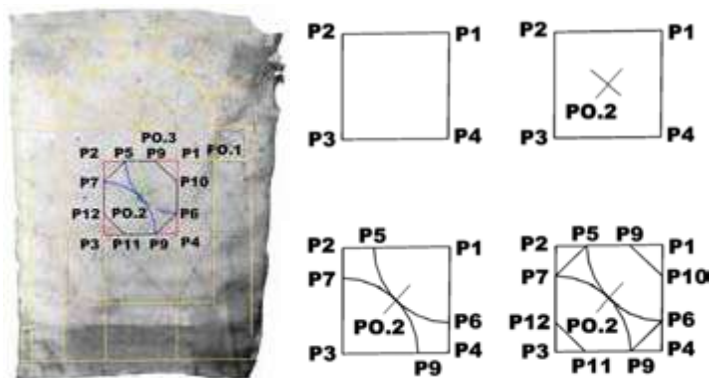


Figura 66. Imprints de la traza de Antoni Guarc (c. 1345-1380), para el trazado del octógono. Interpretación del autor.

2. La geometría del trazado del heptágono

En los preliminares del trazado ábside con el tetradecágono a partir del heptágono, Guarc realiza un proceso de operaciones gráficas para su ejecución (Figura 67).

T5.1 se hace más evidente por su incisión, debido a la intención de transportar la medida sobre el inicio del presbiterio T2.1, con el punto P14. La T5-2 (P14-P15) tiene la misma longitud que la distancia entre (P2-P14), se determina la línea horizontal T6-1 sobre el centro del presbiterio. El final de la T5.2, determina P15. Los segmentos (P2-P14) y (P14-P15), tienen la misma medida. La traza de Guarc determina esta medida como la unidad de las capillas radiales que es igual al tramo recto del presbiterio, con lo que la capilla radial tiene la misma medida que la capilla de la nave colateral, la proporción del lado del heptágono. Sitúa perpendicularmente a la línea principal T2.1 y sobre T3.1 a partir PO.1, el punto P13.

La división de la circunferencia se realiza a partir del establecimiento de la línea T6.1, sobre PO.3 que será el centro del trazado de las circunferencias del ábside. Con centro PO.3 y radio

(P16-PO.3), se traza una semicircunferencia T6.2, reiterando la operación mediante la curva T6.3. Sobre la cuerda de la semicircunferencia a partir del punto P16, se sitúa la distancia (P2-P14) = (P14-P15), obteniendo el punto P17, reiterando el transporte de la medida (P2-P14) o (P16-P17), se determina el P18, P19, P20, P21, P22 y P23. Las capillas se trazan una vez dividida la semicircunferencia en siete partes iguales. Se sitúa mediante marca de compás P24 cerrando el presbiterio. Con centro PO.3 y radio el punto P24 determina la semicircunferencia T6.4.

Traza con posterioridad las seis líneas auxiliares radiales T7.1 a T7.6, desde el centro PO.3 alineando la operación con los puntos P17 a P22.

Determina con posterioridad el encaje del fondo de las capillas, trazando una perpendicular a la cuerda de los segmentos formados por la sucesión de puntos de P16 a P23. Se dibujan así 14 líneas ortogonales desde T8.1 a T8.14, situando sendos puntos sobre ellas que acotan la profundidad de las capillas, los puntos P24...P37, uniendo estos puntos se determina el contorno del espacio.

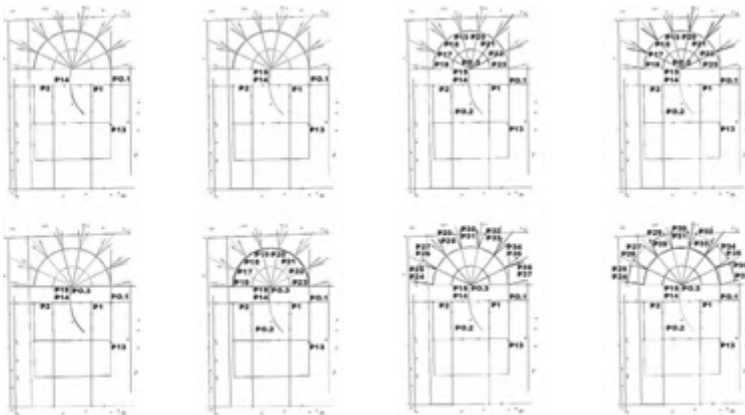


Figura 67. Improntas de la traza Antoni Guarc (c. 1345-1380), proceso del trazado del tetradécagono de las capillas radiales del ábside. Interpretación del autor.

3. La geometría fabrorum de la traça de Guarc

La *geometria fabrorum* reveló el método de la *traça de Guarc* (ca. 1345-1380), (ACTo: Fábrica nº 49), donde establece una relación entre la nave lateral (9) y la medida de la capilla radial (8), como la relación proporcional de 9/8. La proporción entre el ancho de las capillas laterales y el muro de separación es de 8/1, teniendo el módulo de la nave colateral 9 y la central 18 unidades.

En definitiva, el tracista utiliza la relación numérica 9/8, entre la nave central y la capilla lateral (Figura. 68.a), o lo que es lo mismo, entre el deambulatorio y la capilla radial.

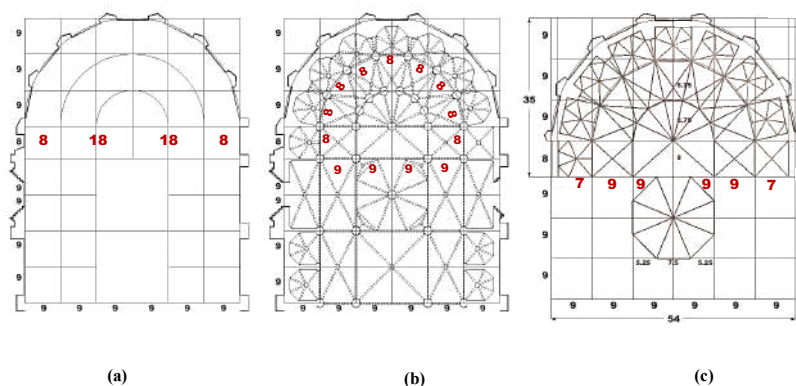


Figura 68. Estructura geométrica con la relación tonal (9/8) entra la nave y capilla lateral de Antoni Guarc (c. 1345-1380). Interpretación del autor.

La solución de Guarc al construir el ábside transportando el módulo de la relación entre la capilla lateral 8 y el módulo del ancho de la nave lateral 9, con la relación 9/8 no aparece en los tratados teóricos conocidos de geometría medieval (Figura. 68.b).

Se establece, además, que el sector angular de cada capilla radial está construido por un triángulo isósceles (18, 8, 18), y les sirve para la inscripción del polígono de catorce lados en la circunferencia trazada (Figura. 68.c).

El método de Guarç determina el diámetro de la circunferencia a través del lado del polígono regular a través de la disposición (18:8), a diferencia de aquellos de Euclides (ca. 325-265 BC), *Elementos*, Libro IV, donde el lado es consecuencia de la inscripción en la circunferencia (Heath 1908, 2, 88-111). Conociendo la medida de la capilla se determina el ancho del deambulatorio (a_2) y se deduce el lado (c_i) [$c_i = 1/4,5 a_2$], o viceversa, dado el ancho total de la catedral se puede determinar la medida de la capilla radial [$a_2 = (4,5 c_i)$].

El desarrollo de la planta del trazado de Guarç, puede plantear una metodología que se puede aplicar a la métrica de la propuesta en la fábrica y que se pudo utilizar para la composición del trazado del ábside. Existe una relación entre el radio de la circunferencia de módulo 18 y el ancho de las capillas 8, de esta manera, se ha podido simular también en la construcción del resto de la planta (Figura 69).

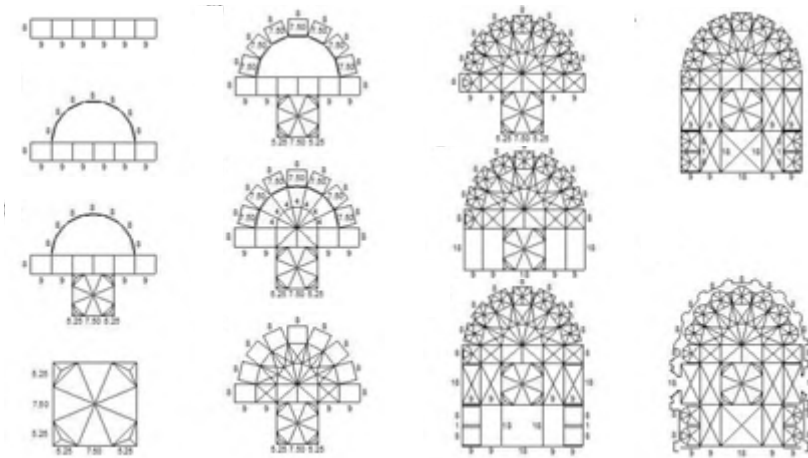


Figura 69. Desarrollo geométrico aritmético de la planta Antoni Guarç (c. 1345-1380) Interpretación del autor.

Estos criterios modulares se han realizado mediante las líneas principales y secundarias del encaje de su expresión gráfica,

apoyadas en las marcas de las puntas de compás, determinando así, la secuencia del trazado de toda la planta.

4. El inconstruible tetradecágono absidial

El pergamino de Antoni Guarç para el proyecto de la catedral de Tortosa (ca. 1345-1380) ha evidenciado la utilización de la relación geométrica de la proporción (18/8) que existe entre las capillas radiales del ábside y el radio del deambulatorio heptagonal (Lluis i Ginovart 2019, 1-41). El sector angular de cada capilla radial está construido por un triángulo isósceles (18, 8, 18), y les sirve para la inscripción del polígono de catorce lados en la circunferencia. Esta solución es de base aritmética y de proporción entera (a/b) a la vez que geométrica permite la construcción del polígono de catorce lados, que es la dupla que propone fray Ignacio Muñoz (9, 4, 9) para la construcción del heptágono.

En el trazado del ábside gótico, las dos capillas pertenecientes al tramo recto del ábside y las otras siete situadas en el semicírculo absidal, han de tener la misma medida en su anchura y han de guardar la misma proporción con el radio, y además han de tener una medida conmensurable de una unidad métrica. Por lo que en términos de Marciano Capella, la construcción de Antoni Guarç (ca. 1345-1380) (Figura 70.b) y Fray Ignacio Muñoz (1684), sería una línea con medida conmensurable, *rhētós*. Si se hubiese utilizado el método del trazado del heptágono de tradición de Mohammad Abu'l-Wafa Al-Buzjani, (ca. 993-100) (Figura 70.a) y utilizado posteriormente en la *Geometrie Deutsch* de Hans Hösch von Gmünd (1472) y de Matías Roriczer (1488) (Figura 70.c) o los del *Underweysung der Messung* (1525) de Albert Dürer (Figura 70.d.e) la construcción en términos de Capella sería *álogos*, dado que la media de la línea sería inconmensurable.

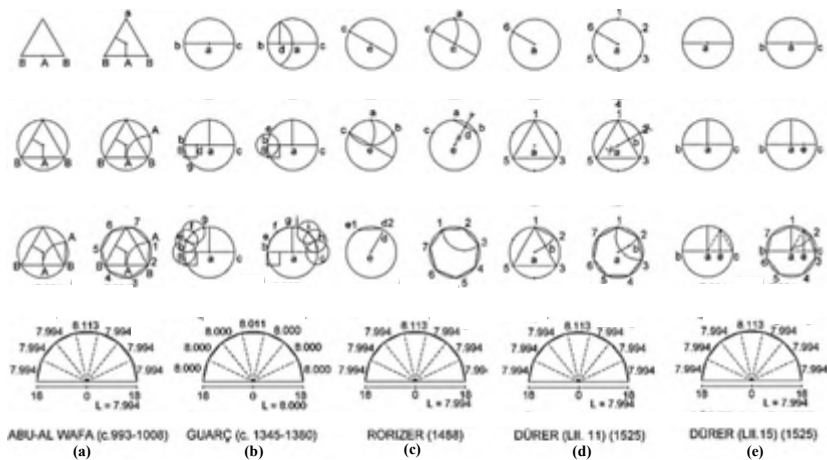


Figura 70. Construcciones geometrías conmensurables,
b) *rhētós* e inconmensurables a), c). d), e) *álogos*. Figura autor.

La proporción de Guarç (9/8), como la de Fray Ignacio Muñoz (9/4) podría ser entendida a través de otros códigos de la catedral, como en la traducción de Calcidio del *Timaeus* de Platón (f.350), (ACTo 80) y en el *Comentarii In Somnium Scipionis* de Macrobius (f.400) (ACTo 236), como la relación entre el entero y su octavo (1+1/8), a lo que denominan *epogdous*. Esta base métrica se fundamenta en el de *Timaeus* (c. 427-347 aC), de Platón y en la relación tonal (9/8) que había transmitido la cultura neoplatónica conservada. De esta manera, el triángulo isósceles de Fray Muñoz podría ser interpretado de la dimensión cosmológica del quadrivium, de manera que la de Antoni Guarç sería:

- a) El principio podría ser interpretado desde el punto de vista aritmético $9/8 = [8 + (8/8)] \div 8$.
- b) Desde la geometría como la relación de un doble cuadrado y su cuarto $2 + 1/4$.

- c) Desde la proporción musical como el duplo más un sesquicuarto.
- d) Desde la astronomía en referencia a la distancia al Sol; Júpiter 9, dos veces Venus 4.

Las medidas se relacionan mediante modulaciones numéricas, el *diapente* (3:2), el *diatessaron* (3:4) y el tono (9:8), bien conocidas por los canónigos que habían leído el (ATCo 80) y el (ACTo 236), y similares a la (9:4) de fray Ignacio Muñoz.

Ni el método, ni la proporción de Antoni Guarç (ca. 1345-1380) (ACTo, Fabrica 49) aparece en los tratados eruditos, pero es un instrumento de la *geometria fabrorum* que proporciona una solución que es simultáneamente geométrica y aritmética.

Por otra parte, la cuestión de la in constructibilidad del heptágono con regla y compás fue finalmente demostrada por Carl Friedrich Gauss en las *Disquisitiones Arithmeticae* (Gauss 1801, 454-463). Thomas Little Heath (1861-1940) sugirió que Enópides de Quíos (f. 440 aC.) fué el primero de los matemáticos griegos en poner las construcciones con regla y compás por encima de las *neuseis*, atribuyendo una *Neusis* construcción del heptágono a Arquímedes de Siracusa (Heath 1931, 340-342).

5. Precisión de los pseudo trazados del heptágono

Neusis es un método de trazado que consiste en ajustar la posición de un segmento rectilíneo de longitud prefijada, denominada *diastema*, entre dos curvas dadas, denominadas curva directriz y curva de ajuste, de manera que el segmento o su extensión, pasa a través de un punto dado denominado *polo*. Una *neusis* construcción geométrica del heptágono, se determina a través de un punto X sobre una regla AZ, para luego construir

un cuadrado de lado AX. Posteriormente, se dispone la bisectriz perpendicular en M a BC, y se dibuja un arco centrado en C de radio CE. Finalmente, se coloca la regla marcada de forma que pase por B, X quede sobre el arco y A caiga sobre la mediatriz (Johnson 1975, 17-21) (Figura 71.a).

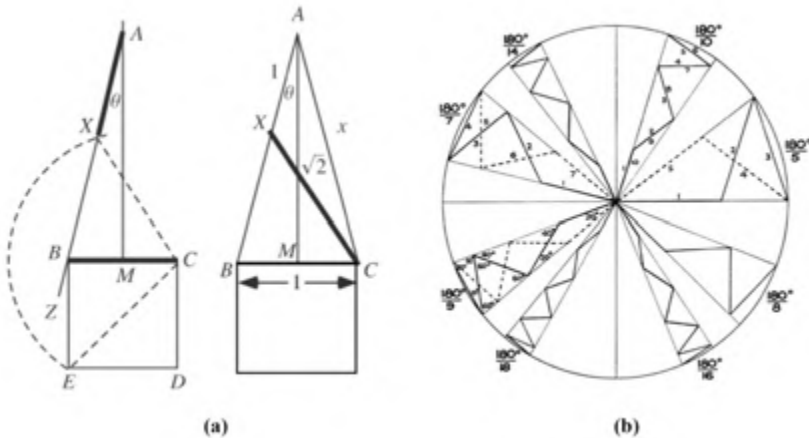


Figura 71. Neusis construcciones del heptágono; a) Construcción a través de la $\sqrt{2}$, A Construction for a Regular Heptagon (1975), Crockett Johnson. b) Construcción con el triángulo (3,1,3) Zig-Zag Paths. (1959), Archibald H. Finlay.

Otra se realiza mediante siete segmentos idénticos para formar triángulos (3, 1, 3) (Finlay 1959, 199) (Figura 71.b) cuyo principio toma la de François Viète (Viète 1646, 245-246).

Otro método es el de los siete segmentos iguales, de manera que uno determina la base de una figura triangular, mientras que los otros seis se cruzan de dos en dos sobre la mediatriz del segmento de base hasta que tres de sus puntos estén alineados en su cruce formando un triángulo (18, 8, 18) sobre las que el módulo de 8 unidades se asienta. Este método a modo de plantilla se puede construir fácilmente con un “metro de carpintero” que articula el instrumento en sus segmentos.

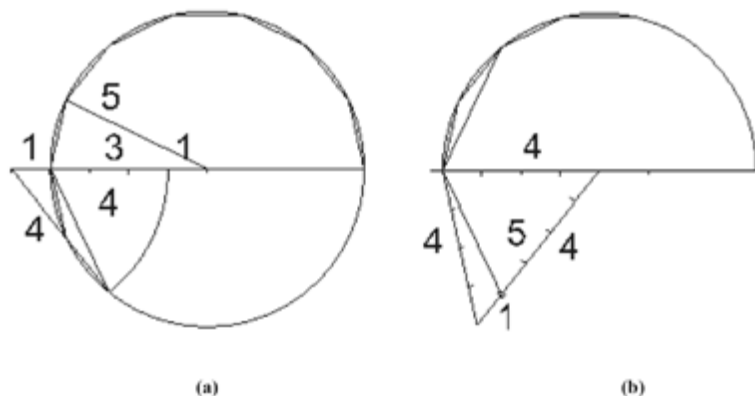


Figura 72. *Neusis* construcciones del heptágono. a) Construcción Ancestral 1; b) Construcción Ancestral 2.

Pese a todo, existen métodos de geometría práctica, no transmitidos en los textos de geometría cultos, que trazaban el heptágono.

El método Ancestral 1, se construye de los seis nudos; con la cuerda extendida dividida en 5 partes se traza por sus extremos dos circunferencias de radio 4, la intersección determina el lado del heptágono (Figura 72.a). El método Ancestral 2 se construye a partir de catorce nudos con el triángulo (4,4,5); sobre el lado de 5 en el primer nudo se traza una línea que une este punto con el vértice opuesto, éste es el lado del heptágono (Figura 72.b) (Lundy 1998, 36-37).

La solución de Antoni Guarç (Figura 73.a), cuyos ángulos del triángulo isóscelesson: $(A=25,67917681^\circ)$, $(B=77,16041159^\circ)$, $(C=77,16041159^\circ)$ o lo que es lo mismo $(C=25,82833772^\circ + 51,33207387^\circ)$. Se observa que tienen una estructura similar, a la geometría de la construcción *neusis* 7 L, y donde los ángulos internos cumplirían la definición angular del triángulo isósceles: $(A=a)$, $(B=3a)$, $(C=a+2a)$ (Figura 73.b).

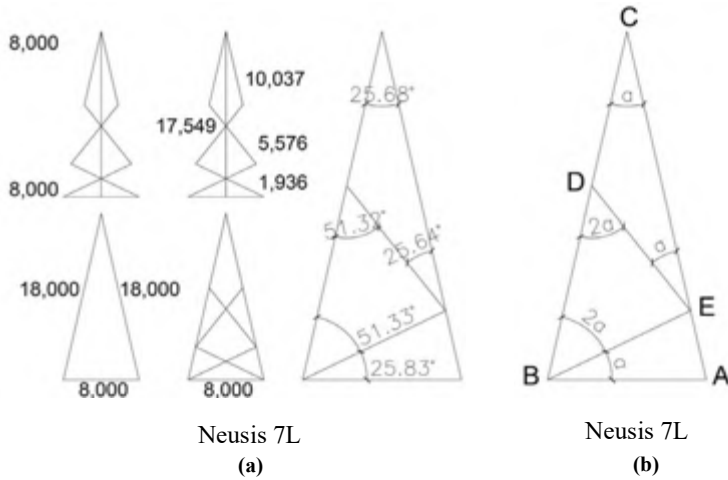


Figura 73. *Neusis* construcciones del heptágono; a) *Neusis* Guarç; b) Construcción *neusis* 7 L con siete lados iguales y ángulos $(a, 3a, 3a)$.

En el ámbito hispánico, otras obras de la tratadística sobre geometría y que Ignacio Muñoz podía haber tenido a su alcance, eran las de Juan de Arfe (1535-1603) con su *De varia commensuracion para la escultura y architectura* (1585) (Arfe 1585, 7v) (Figura 74.a) con la misma matriz geométrica que Abu'l-Wafa y Durero. La construcción de Diego López Arenas (+c.1640) realizada con cartabón en la *Primera y segunda parte de las reglas de la carpintería* (1616) (López de Arenas 1633, 16-17) (Figura 74.b), perteneciente a la tradición de la lacería árabe. Como también la obra de Fray Lorenzo de San Nicolás, (1593-1679) del *Arte y Vso de Architectura*, (1633) (Lorenzo de San Nicolás 1633, 80v) y los métodos de la división angular del *Compendio de Arquitectura y Simetria de los Templos* (1681) de Simón García que recoge los métodos geométricos que utilizó Rodrigo Gil de Hontañón (García 1991, 164v) (Figura 74.c).

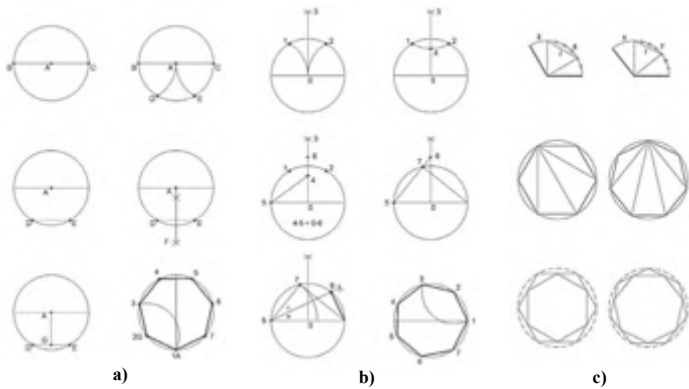


Figura 74. Métodos de trazado del heptágono en la tratadística hispánica. a) Juan de Arfe (1585); b) Diego López Arenas (1616); c) Simón García (1681).

Del Compendio de Architectura y Simetria de los Templos conforme al cuerpo humano con algunas demostraziones de geometría Año 1681 Recoxido de diversos Autores, Naturales y Estrangeros. Por Simón García, se pueden deducir además las relaciones proporcionales platónicas entre las figuras (BNE, Ms/ 8884, fol. 67) (Figura 75). Añade en el Capítulo 22 en la *Trata de los ángulos rectos que vale cualquiera figura de pocos o muchos lados*, la relación de las figuras entre sí y sus circunscritas en ellas (García 1991: 65v-67v). (Figura 15.b).

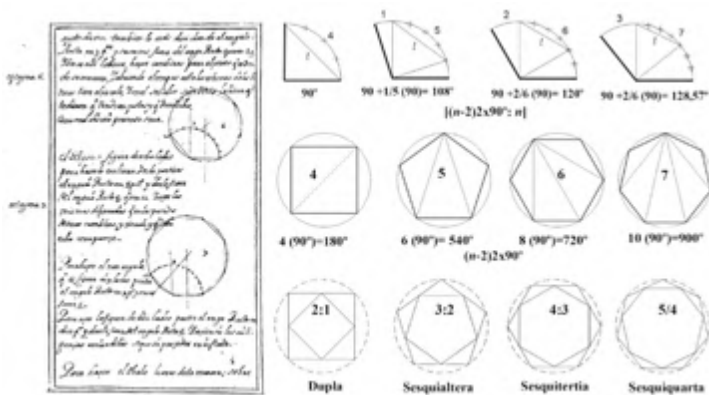


Figura 75. Relación proporcional entre los polígonos regulares del *Compendio de Architectura y Simetria de los Templos conforme al cuerpo humano con algunas demostraziones de geometría* (1681).

Los métodos de división angular tuvieron como antecedente el de los constructores de instrumentos geométricos como el astrolabio y el cuadrante. Será el caso de *Practica Geometriae* (c.1125-1130) de Hugo de San Víctor (1096-1141) (Baron 1956, 194-198).

También aparecen en la de *Practica de Geometriae* (1346) de Dominico de Clavasio (f. 1346) (Busard 1965, 530-531). Esta metodología fue corroborada en la *Geometrie pratique* de Bovelles (Bovelles 1547, 25v-28r).

Por otra parte, de aquí se derivan otras metodologías como la Walther Hermann Ryff del *Der furnembsten, notwendigsten, der gantzen Architectur angehörigen mathematischen vnd mechanischen Künst eygentlicher Bericht* (1547), quién teorizó sobre la construcción de los polígonos regulares de (5, 7, 9, 11, 13...) a partir del triángulo isósceles de base entera. De manera que crea una relación entre el pentágono de construcción conmensurable con los demás polígonos regulares (Ryff 1547, XXIX r-XXI r).

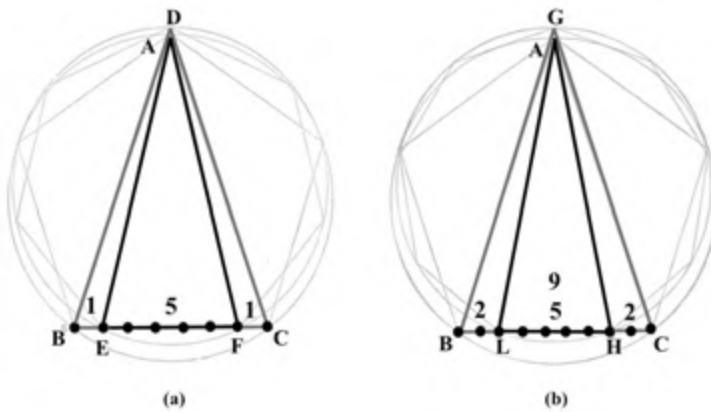


Figura 76. Construcciones geométricas con la base pentagonal de Walther Hermann Ryff (1547). a) Construcción del heptágono de lado 5 a través del pentágono de lado 7; b) Construcción del eneágono de lado 5 a través del pentágono de lado 9.

El heptágono se construye a través del triángulo isósceles de base 5 y lados parejos DE y DF que son equivalentes a los lados iguales del pentágono AB y AC de lado 7, y cuya medida sería ABC (11,27568241; 7; 11,27568241). La solución al triángulo isósceles del heptágono DEF es (11,23489801; 5; 11,23489801), se observa que las medidas de las diagonales de las figuras no son iguales (Figura 76.a). En la solución de fray Ignacio, el triángulo del heptágono hubiese sido (11,25; 5; 11,25).

Utiliza la misma metodología para la construcción del polígono de nueve lados, cuya base es también 5, utilizando los lados del triángulo isósceles del pentágono de lado 9, ABC (14,56230590, 9, 14, 56230590) y cuya solución para el del eneágono GHL sería (14,39692621; 5; 14,39692621) (Figura 76.b).

Pietro Cataneo (d.1569) en *L' architettura* (1567) aborda la construcción del heptágono y la solución generalizada de los polígonos impares con un sistema parecido al de Ryff, dividiendo el lado del triángulo equilátero circunscrito en tantas partes como lados queramos dividir la circunferencia y tomando de estas tres unidades como lado del polígono que queremos construir (Cataneo1567, 154-155).

Estos métodos geométricos sugieren poder trazar los polígonos regulares sin conocer su centro basados en la triangulación también podían ser resueltos a partir del ángulo externo o interno del heptágono y cuya tradición se utilizó en la difusión de los tratados la arquitectura militar francesa para los grandes polígonos defensivos (Raynaud 2015, 61-81).

Es el caso de les *Les fortifications du chevalier Antoine de Ville* (1640) de Antoine De Ville, (1596-1657) donde resuelve la construcción del heptágono por angulación y triangulación, al igual que construye técnicamente la fortificación regular (De Ville 1629, 29-30), y donde generaliza la resolución para cualquier polígono regular (Figura 77.a).

Similar propósito tiene la *Architectura militaris moderna* (1647) de Matías Dögen (1605-1672) que lo hace por división angular *moderna* (1647), que simplifica la división mediante la proporción $(7/4)$ para su ángulo externo, muy similar al que utilizó Charles Bovelles (1547) con la proporción $(10/7)$. En este caso la construcción del heptágono se resuelve con el ángulo interno, aunque especifica que nadie había resuelto geoméricamente la división del ángulo recto en siete partes conociendo así la teoría de Kepler (Dögen 1647, 26-27) (Figura 20.b).

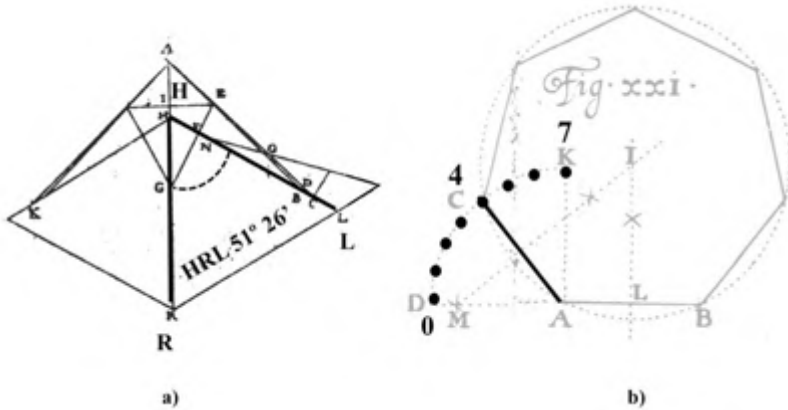


Figura 77. a) Trazado del Heptágono; a) Antoine De Ville (1640);
b) Matías Dögen (1647).

Estas metodologías de los trazados del heptágono derivan de *Le Gouvernail d'Ambroise Bachot* (1598) de Ambroise Bachot (d.1587) donde la aproximación del ángulo entre sus lados es de $(128+1/2)^\circ$ (Bachot 1598, s.p.) (Figura 78.a). También se resuelve en *La fortification reduicte en art* (1600) de Jean Errard (1554-1610) donde da como medida del ángulo central de $(51+3/7)^\circ$, y cuyo método es de fácil replanteo para determinar los paños y flancos de las fortificaciones defensivas (Errard 1600, 22r-23v) (Figura 78.b).

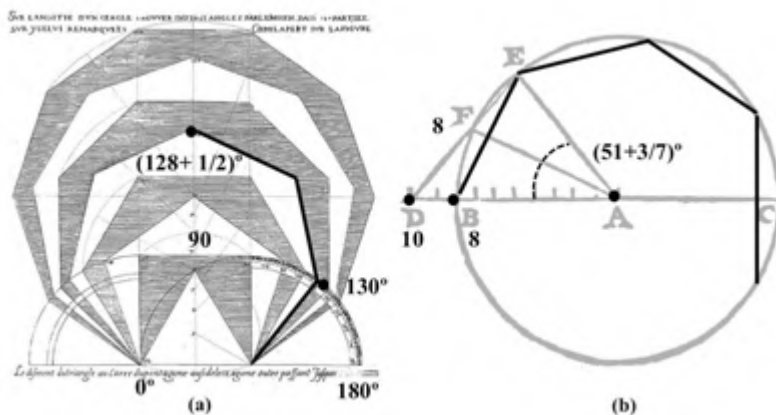


Figura 78. Figura 21. a) Solución a la construcción de polígonos regulares *Le Gouvernail d'Ambroise Bachot* de Ambroise Bachot (1598); b) Construcción del heptágono *La fortification reduicte en art* de Jean Errard (1600).

Simulando informáticamente mediante métodos CAD el trazado de un tetradecágono regular con un radio de referencia de 9 unidades el lado del polígono es (8,011 u) podremos determinar la precisión de los trazados geométricos de tetradecágono para un ábside (Figura 79.l).

Analizando el conjunto de los resultados de las diferentes construcciones permite además comparar sus valores y con ellos se obtiene los siguientes resultados:

- Nesius 7 L, método de segmentos iguales; siete lados de (8,011u) (Figura 79.a).
- Ancestral 1, cuerda de seis nudos ($4/5$); seis de (8,010u) y uno de (8,014u) (Figura 79.b).
- Ancestral 2, lazo de trece nudos ($4,4,5$); seis de (7,994u) y uno de (8,113u) (Figura 79.c).
- Herón de Alejandría (c.20-62) ($16/7$); seis de (7,875u) y uno de (8,823u) (Figura 79.d).

- e) Abu'l-Wafa (c.990) método $\sqrt{3}/2$; seis lados de (7,994u) y uno de (8,113u) (Figura 79.e).
- f) Guarco (c.1345-1380) método (18/8); seis lados de (8,000u) y uno de (8,075u) (Figura 79.f).
- g) Matías Roriczer (1488) método $\sqrt{3}/2$; seis lados de (7,994 u) y uno de (8,113 u) (Figura 79.g).
- h) Alberto Durero (1525) método $\sqrt{3}/2$; seis lados de (7,994u) y uno de (8,113u) (Figura 79.g).
- i) Juan de Arfe (1585) método $\sqrt{3}/2$; seis lados de (7,994u) y uno de (8,113u) (Figura 79.i).
- j) Diego López Arenas (1616) cartabón; seis lados (7,860u) un lado (8,312u) (Figura 79.j).
- k) Fray Ignacio Muñoz (1683) método (9/4), un lado (8,000u), cuatro de (8,009u) y dos de (8,019u) (Figura 79.k).

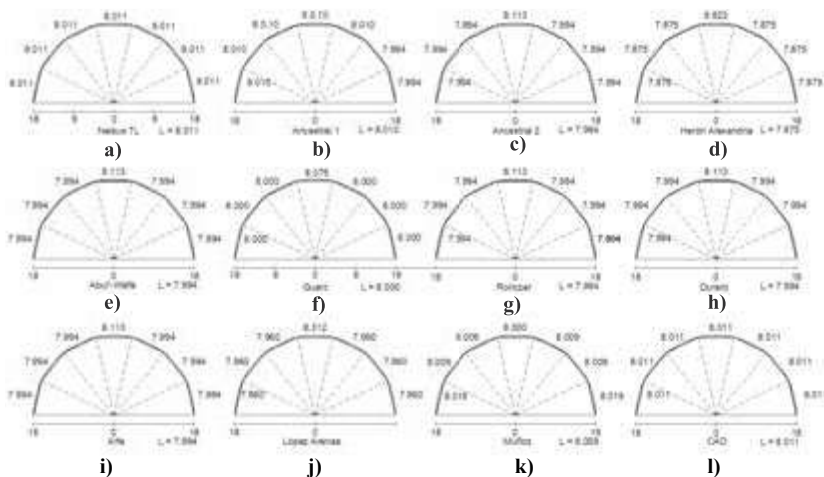


Figura 79. Precisión de los métodos de construcciones geométrías de la figura del tetradecágono.

Fray Ignacio en el Consectario II indica que la construcción del jesuita José Zaragoza y Vilanova (1627-1679) se realiza la di-

visión de la circunferencia para construir el heptágono a través de la utilización de las tablas trigonométricas y, por tanto, no es una construcción puramente geométrica (Muñoz 1864, 8-9). La práctica de Zaragoza era hacerlo a través de la división angular publicada en la *Geometria practica Euclidis: problemata continens* (1672) (Zaragoza 1672, 40-42) y cuya tradición arranca ya de la *Problemata geometrica* (1583) de Simón de Stevin (1548-1620) (Stevin, 1605, Lib2. pro.7), aunque determina también un método geométrico en la *Praxis pro figuris regularibus* (Zaragoza 1672, 70). Estos métodos precisan de la pericia del constructor y de la precisión y tamaño y del instrumental circular utilizado.

Desde el punto de vista de la exactitud para la construcción de las catedrales las diferencias métricas son muy escasas. De los once análisis realizados hasta la obra de Fray Ignacio Muñoz las diferencias para geometrías para una medida de una capilla de 3 canas (5,575 m), son escasas (cuatro de ellos serian menores a un centímetro (0,010 m) y cinco de ellas menores a dos centímetros (0,020 m) Tabla 5).

Tabla 5. Diferencia de medidas entre los métodos geométricos del trazado del tetradecágono

Diferencia geométrica de lado mayoritario de una capilla radial de 3 canas (5,575 m) para un deambulatorio de 6,75 canas (12,544 m)							
Referencia	n ₁	Capilla 1	n ₂	Capilla 2	n ₃	Capilla 3	Dif. (m)
CAD	7	8.011					0.000
1 Nesius 7 L,	7	8.011					0.000
2 Ancestral 1	6	8.010	1	8.014			-0.001
3 Ancestral 2	6	7.994	1	8.113			-0.012
4 Herón de Alejandría (c.20-62)	6	7.875	1	8.823			-0.095
5 Abu'l-Wafa (c.990)	6	7.994	1	8.113			-0.012
6 Guarc (c.1345-1380)	6	8.000	1	8.075			-0.008
7 Matías Roriczer (1488	6	7.994	1	8.113			-0.012
8 Alberto Durero (1525)	6	7.994	1	8.113			-0.012
9 Juan de Arfe (1585)	6	7.994	1	8.113			-0.012
10 Diego López Arenas (1616)	6	7.860	1	8.312			-0.105
11 Fray Ignacio Muñoz (1683)	4	8.009	2	8.019	1	8.000	-0.002

El más preciso sobre un valor absoluto CAD sería el nº1 Nesius 71, que no aparece publicado entre las geometrías cultas. Como tampoco la mayoría de entre las de segundo orden, como el nº2 Ancestral 1, ni el de la traza de Guarç. Tan solo dentro de este orden, el de Fray Ignacio Muñoz que murió sin saber que su método para la construcción del heptágono era uno de los más precisos que desde el punto de la geometría práctica se han desarrollado hasta la actualidad.



⊗ GEOMETRÍA CONSTRUCCIÓN Y MEDIDA

El conocimiento de arquitectura se realizaba a través de la medición; ante la inmensidad de las catedrales uno se pregunta:

¿Quién midió las aguas en el hueco de su mano y calculó la extensión de los cielos con su palmo? ¿Quién contuvo en una medida el polvo de la tierra, y pesó los montes con báscula y las colinas en balanza? Isaías 40:12.

Las técnicas tradicionales de toma directa de datos necesitaban de accesibilidad de los elementos, y suponía además una gran inversión de recursos temporales. Esta metodología aportaba la comprensión inmediata del elemento a analizar y generalmente limitado a la precisión de la planta. En los albores de la primera década del siglo XXI han aparecido las técnicas de medición indirecta como la fotogrametría digital y el Escáner Láser Terrestre (Terrestrial Laser Scanner, TLS) (Figura 80).



Figura 80. Láser escáner terrestre (TLS) catedral Tortosa.

Durante el (1995-2000) se realizó una primera topografía informática de la catedral. El levantamiento fue manual y compensado por unos puntos poligonales fijados mediante una estación total SOKKIA, SET 3BII de 10cc de precisión angular en modo 2cc de resolución, dotada de compensador automático de doble eje y alcance máximo con un reflector de 2.500m, con precisión de $\pm (3\text{mm.} + 3\text{ppm.})$.

Los datos se procesaron con aplicaciones CAD, obteniendo un levantamiento con un error aproximado de (0,030 m) en el levantamiento de la planta, aunque en el caso de las bóvedas, la inaccesibilidad de las superficies plantea tan solo algunos puntos determinados taquimétricamente.

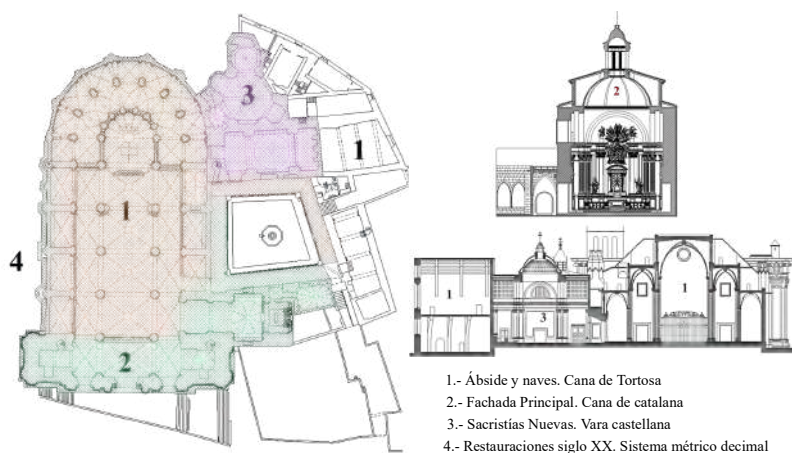


Figura 81. Distribución de los patrones métricos en el conjunto de la catedral de Tortosa.

A través del estudio metroológico se dedujeron las diferentes medidas utilizadas en la catedral. La medida de la cana aparece en los libros de obra, se utiliza para el replanteo de la obra (1345-137). Se describe que el maestro Antoni Ferrer hizo hacer un patrón métrico de una vara de una cana para tomar medidas en la obra (Almuni 1991, 165).

Esta unidad dimensional tenía una definición concreta expresada en las *Consuetudines Dertosae* de 1272, Libro IX, Rubrica 15. (9.15.5). El patrón de la medida disponía de una comprobación física, accesible y directa para el ciudadano, ubicada en la puerta de la catedral románica y su medida era de 1,859 m (Figura 81).

Las nuevas técnicas de reconocimiento permiten la captura masiva de datos de manera automatizada y en tres dimensiones, agilizando notablemente el tiempo de ejecución del proceso. Ambos métodos son de uso habitual en el análisis de construcciones históricas, y permiten registrar en un espacio temporal reducido las propiedades geométricas de los objetos en un sistema de coordenadas (x, y, z) con una precisión antes muy difícil de conseguir. A diferencia de las primeras el tratamiento de los millones de puntos de su registro hace que la comprensión global del objeto sea muy compleja.

La metodología propone una lectura comparada de estas medidas con los datos obtenidos mediante un levantamiento realizado con una Leica Scan Station C10, con precisión de 4mm a 50m; precisión angular 12" / 12" . El error total del proceso metodológico (E_t) es el sumatorio de la evaluación de las incertidumbres de la obra (E_i), el de la observación y toma de datos (E_d), del proceso informático del tratamiento de estos puntos (E_t). Existen otros derivados de la apreciación del replanteo de la obra (E_r) y cuyo valor ($E_t = \pm 0,083$ m) y cuya calibración respecto a tres canas de Tortosa representa un error de $\pm 1,502\%$ de este patrón. Los valores más característicos de los datos obtenidos del ábside se analizan estadísticamente, de manera que el error relativo (e_r) será igual al valor más probable (c_a), más menos el error medio cuadrático de la media (c_{cm}).

A través de los libros de fábrica se puede deducir que el ábside con doble deambulatorio fue construido entre 1374 y 1441, abrazando y sustituyendo la anterior catedral románica por el exterior.

La primera fase (1383 -1424) supuso la construcción del cinturón de capillas radiales, ejecutadas de forma correlativa y secuencial (Figura 82.a,b,c).

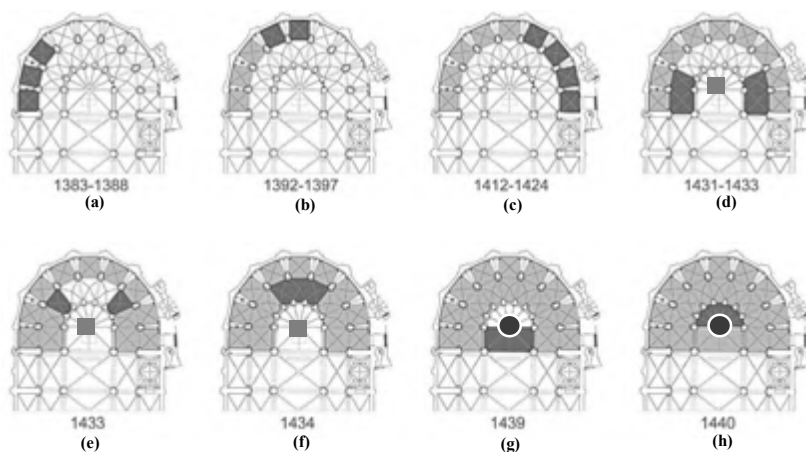


Figura 82. Análisis de la evolución constructiva de las bóvedas del ábside de la catedral de Tortosa (1374-1441).

La segunda determinará la construcción del deambulatorio (1424-1434) cubierto simétricamente sobre el eje del presbiterio (Figura 82.d,e,f), sobre el equilibrio del *pilar mayor* (Figura 8.d). Finalmente, el cierre del presbiterio (1435-1441), con la colocación primero de la clave sobre el pilar mayor (1439) (Figura 82.g) y la posterior construcción de la arquería y cubrición de las bóvedas (Figura 82.h).

El ancho total de la girola es el valor estadístico de la cara interior del muro de cerramiento, de manera que se obtiene como

valor más probable c_a (rg1-10=17,500 m) y error medio cuadrático de la media ($c_{cm} = 0,065$ m), obteniendo un intervalo [17,565-17,435 m], dentro del valor de referencia (17,423 m) que es equivalente a 75 palmos y por tanto su ancho interior es estadísticamente de 150 palmos (Figura 83). (Lluís-Teruel; Lluís i Ginovart 2023, e524).

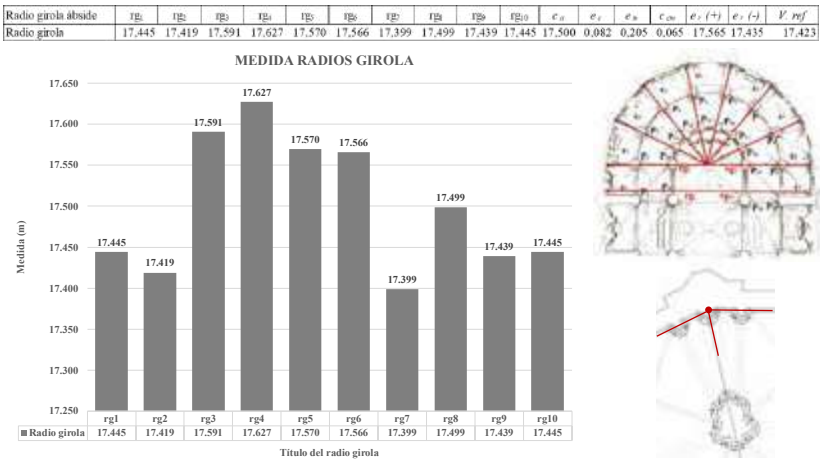
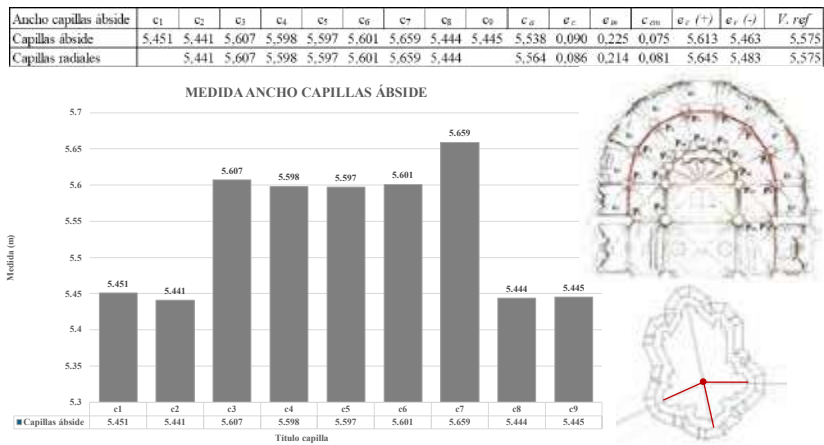


Figura 83. Análisis estadístico de los radios de la girola, Terrestrial Laser Scanner (TLS).

Para determinar la medida de las nueve capillas radiales ($c_1 \dots c_9$), y revisando las líneas auxiliares del pergamino de Guarco (T6.2) y (T6.3), el valor más probable es ($c_{a(c1-9)}$)=5,538 m).

El error medio cuadrático es ($e_c = 0,090\text{m}$), obteniendo un error relativo ($e_{r(c1-9)}$) que está comprendido entre $[5,613-5,463 \text{ m}]$. Resultados similares se obtienen con las siete capillas radiales (c_2-c_8) donde los valores de referencia dan $[5,645 \text{ m}-5,483]$, dentro del intervalo de los 24 palmos ($5,575 \text{ m}$) que son 3 canas (Figura 84).



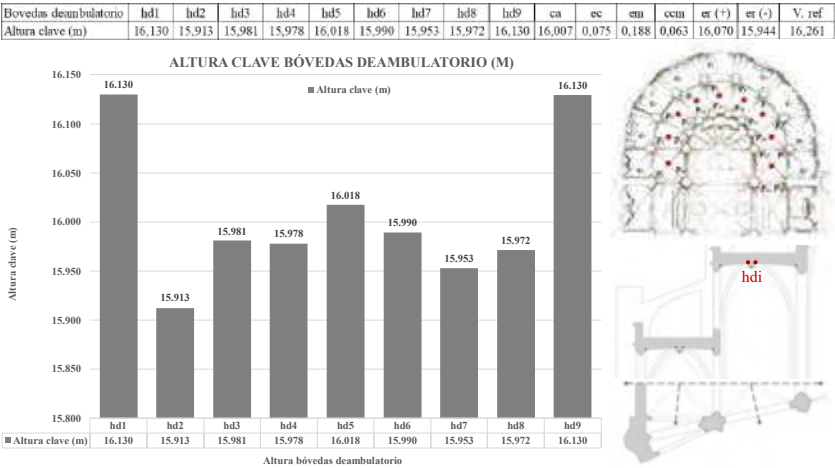


Figura 87. Estadística altura h_{di} de las bóvedas del deambulatorio (TLS).

La sección de la bóveda del presbiterio no tiene una medición directa dado que la clave del presbiterio provoca una sombra sobre el cuello del elemento constructivo. Tomando las referencias de los puntos (TLS), conociendo el punto A (22,908 m), y dado que la arquería dispone de una sección a cuarta, podemos deducir, prolongando dicho arco, el centro de clave que se situaría a una altura de 23,237 m respecto al pavimento del presbiterio. Tomando como valor metrológico el de 100 palmos (23,230 m), se obtiene un valor similar al resultado indirecto determinado por (TLS) y es donde se sitúa la clave con la Coronación de la Virgen.

Analizando la altura de las capillas radiales (45 palmos) con relación a la proporcionalidad de la teoría de la sección gótica con respecto a la metrología de la planta, se observa que en la mitad del deambulatorio ($27 + \frac{1}{2} 27 = 40,5$ p) se forma una proporción entre la altura de la capilla y el deambulatorio (45/81), que expresa un desarrollo de una relación de (9÷5) (Figura 88.a).

El valor de referencia de las claves del deambulatorio [16,070-15,94 m] está dentro del rango de los 69 palmos. Dado que el despliegue de la planta para $(9 \div 5)$ tendría que ser de $58 + 1/3$ palmos, vemos que está lejos del valor del remate de las capillas absidiales. Si realizamos una comprobación para la relación $(9 \div 6)$, la altura de las bóvedas del deambulatorio tendría que situarse a los 70 palmos (Figura 88.b, c). La clave mayor se sitúa a 100 palmos sobre un ancho total de 150 palmos desde la girola (Figura 88.d, e).

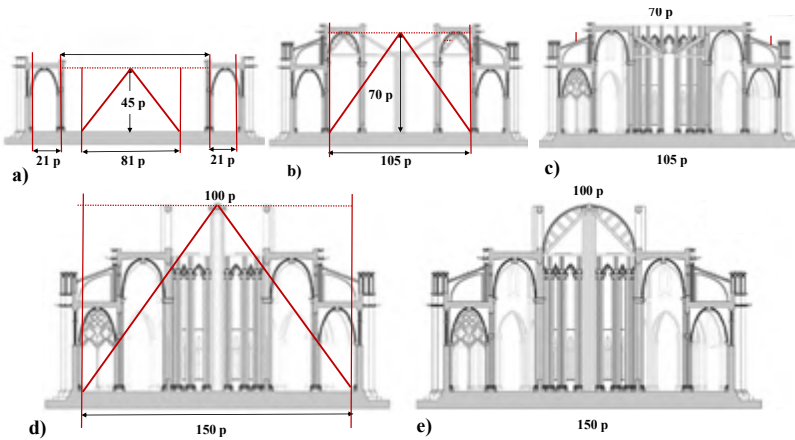


Figure 88. Despliegue de la sección del ábside de catedral de Tortosa (1346-1441).

Con estos valores, podemos plantear un despliegue en planta de las medidas [81-105-150 palmos], elevados en su altura de forma metrológica correspondiente a [45-70-100 palmos]. La clave del presbiterio representando la Coronación de la Virgen tiene un diámetro mayor en su corona de $2,030 \pm 1,502\%$ m, en su cuello de $1,625 \pm 1,502\%$ m y una altura de $0,902 \pm 1,502\%$ m, con una alzada total $1,280 \pm 1,502\%$ m. La sección es de $2,110 \text{ m}^2$ y un volumen de 3.640 m^3 y, considerando densidad aparente $26,90 \text{ kp/m}^3$, un peso de $97,916 \text{ KN}$ ($9,8 \text{ Tn}$) (Lluís i Ginovart; Costa-Jover; Coll-Plá 2015, 1-20).

LA CONSTRUCCIÓN DE UN ÁBSIDE

El heptágono es la base del trazado de alguna de las cabeceras de las catedrales góticas, siendo aparentemente una de las figuras más enigmáticas de la geometría, pero impuesta por sus promotores. De esta manera el arquitecto medieval tenía que abordar con algún método, el disponer siete capillas sobre el arco de la semicircunferencia y a lo que la solución de Guarco da una respuesta. La relación geométrica 18/8 entre el radio del deambulatorio las capillas radiales, para la construcción de ábsides heptagonales.

La relación de (18/8) de base aritmética (a/b) a la vez que geométrica, es similar a la que propuso fray Ignacio Muñoz para su triángulo isósceles (9,4,9) de base (9/4). De esta manera el método del *Manifesto Geometrico* sería entre aquellos publicados de los tratados de geometría el más exacto (Figura 89).

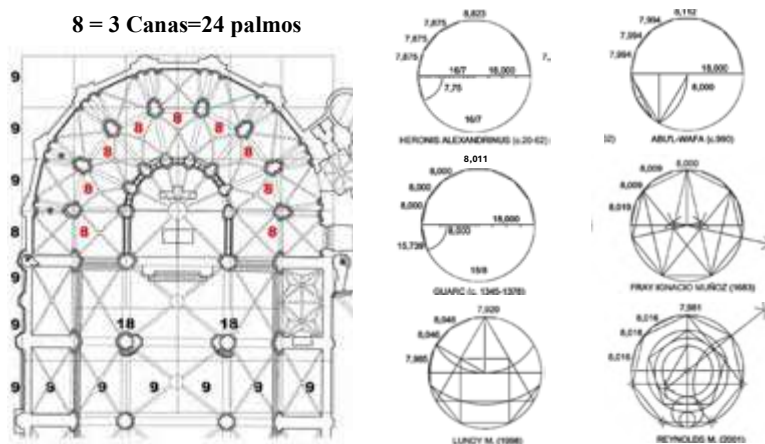


Figura 89. Simulación informática métodos prácticos del heptágono respecto al ábside catedral de Tortosa.

La solución propuesta por fray Ignacio (Figura 90.a), hubiese tenido una construcción sencilla más precisa numéricamente en todos sus lados, si hubiese enunciado: «*Que en la circunferencia circunscrita de triangulo isósceles del heptágono (9,4,9), el lado de heptágono es igual a la base de este triángulo (4)*». Con el hipotético nuevo enunciado cinco de los lados tendrían (4 u) [4,0000000, 4,0000000, 4,0000000, 4,0000000, 4,0000000, 4,01783265, 4,01783265], con la aproximación informática del lado del heptágono de [4,00509692] (Figura 90.b).

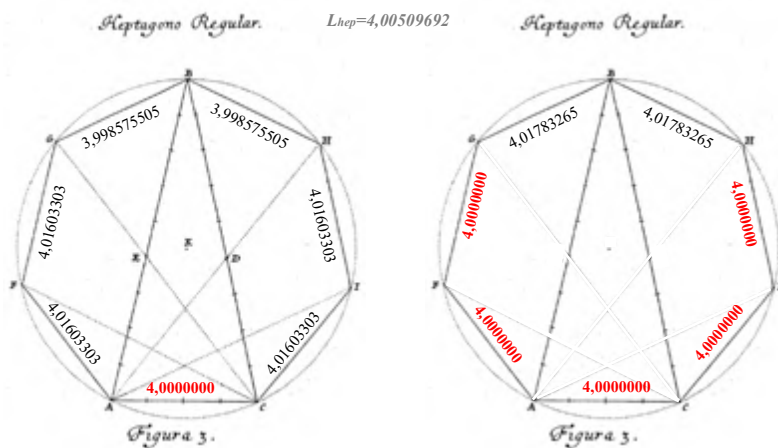


Figura 90.a) Solución a la construcción del heptágono de fray Ignacio Muñoz;
b) Solución alternativa a la construcción geométrica del dominico.

De esta manera, el error producido para la construcción de un heptágono de lado de 4 m sería de medio milímetro, precisión más que suficiente en el siglo XVII. De manera esta solución estaría cercana al coseno del ángulo mayor del triángulo $3\pi/7$ radianes ($540^\circ/7$) (Lluis i Ginovart; Lluis-Teruel 2023, 108-117). Así es aproximadamente igual al del ángulo cuyo coseno ($2/9$). Así $0,22252093 \approx 0,22222222$, respectivamente $77^\circ 8' 34.286''$ frente a $77^\circ 9' 37.482''$, y por tanto menor a un minuto sexagesimal (Muñoz 1983, Introducción). Fray Ignacio

Muñoz murió sin saber que su método para la construcción del heptágono es uno de los más precisos que desde el punto de la geometría práctica se han desarrollado hasta la actualidad. Con ello se cumple la predicción de Kepler, que o bien no se puede construir, o si se construye no es posible su verificación.

Por otra parte, el problema se acentúa, dado que, para trazar las siete capillas radiales, el centro de la circunferencia no era accesible, puesto que normalmente estaba situado físicamente en el presbiterio de la catedral antigua, a la que sustituían las góticas y que había de continuar en funcionamiento (Figura 91).

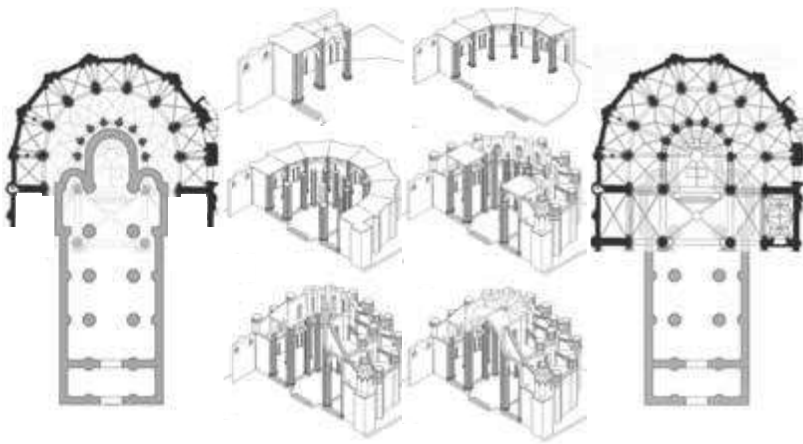


Figure 91. Evolución constructiva del ábside de catedral de Tortosa (1346-1441).

Fray Ignacio Muñoz plantea el *Problema III*. *Dada qualquier recta, que ha de ser igual á qualquiera de los lados del Heptagono regular, hacer esta figura sobre la recta dada, sin desrcrivir el Circulo* (Muñoz 1684 , 19), aunque no da la solución. Es la misma cuestión que han de abordar los constructores góticos para de trazar los ábsides (Figura 92.a).

De la proporción de Guarç (18-8-18) o de la de Fray Ignacio (9-4-9) se desprende el conocimiento de un triángulo isósceles de 18-8-18, con el cual construir una plantilla para resolver el ángulo del tetradecágono equivalente a $25,714^\circ$, y cuyas soluciones están en el intervalo $[-0,034^\circ - 0,035^\circ]$ inapreciables para un ábside de 34,845 m (Figura 92.b). (Lluís i Ginovart; Fortuny; Costa; De Sola-Morales, 325-348.).

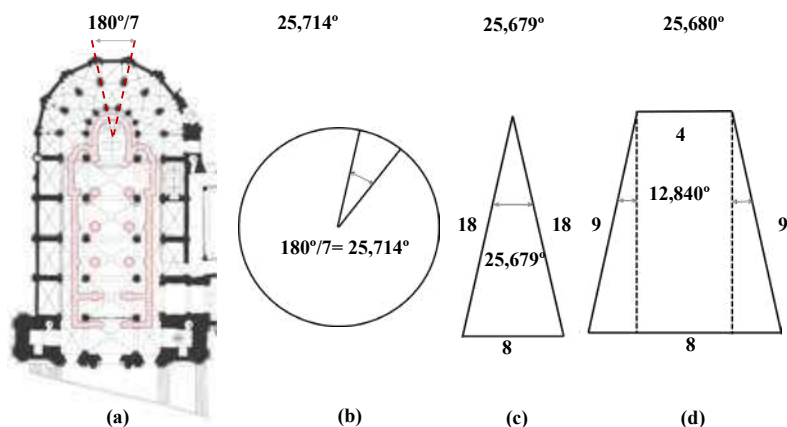


Figura 92. a) Planta capillas radiales con la disposición de un catedral románica; b) División angular de un ábside tetradodecanal. Proporciones geométricas que permiten construir un ábside sin conocer su centro. c) Triángulo (18,8,18); d) Trapecio (9,8,9, 4).

La solución geométrica como la de Guarç, con el triángulo (18,18,8) (Figura 19.c), con un ángulo de $25,679^\circ$ $[-0.035^\circ]$. La métrica de (18/8) es similar a la proporción que existe en la obra de Hibbur ha-Meshihah ve-ha-Tishboret (1116) de Abraam Bar Hiia (L II. 77) con un ángulo de $25,680^\circ$ $[-0.034^\circ]$ (Millas 1931b, 62.) establecido en la próxima ciudad de Barcelona (Figura 92.b).

También la de un trapecio de la misma proporción que se forma en la girola, con unas medidas de (9-8-9- 4) La referencia podría ser Leonardo Pisano (c. 1180-1250) y en *Incipit de figuris que habent capita abscisa de quibus III^{er}. Sunt genera in differentia prima* de la *Practica geometriae* (1223) (Boncompagni 1862, 78-83), quien construye un trapecio muy similar de lados (13, 18, 13, 8) (Levey 1952, 257-264) (Figura 93).

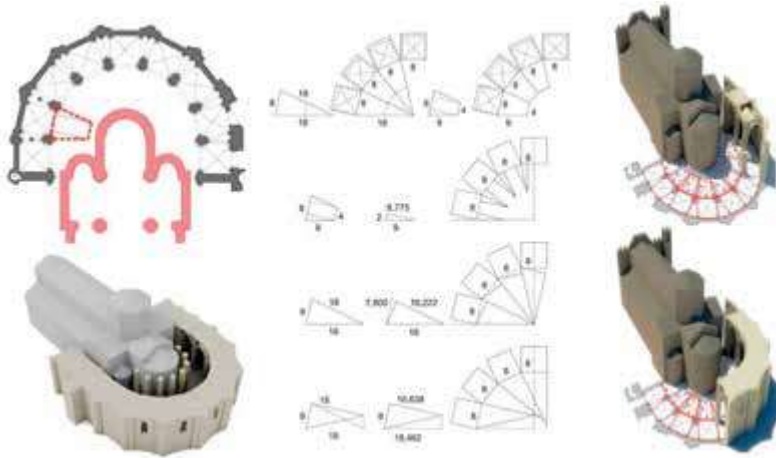


Figura 93. Construcción de un ábside sin conocer su centro en base a las proporciones del triángulo (18-8-18) y del trapezio (9-8-9- 4).

Finalmente, había que resolver conmensurablemente, la relación de proporcionalidad entre las capillas radiales, situadas en un tramo curvo del ábside y las capillas laterales, situadas en un tramo recto de la girola y de las naves laterales.

En el diseño de un ábside gótico el elemento esencial es la determinación del número de capillas, dado que por una parte son el elemento de unicidad que tiene su origen en la litúrgica gótica de *Prochiron*, vulgo *Rationale di-vinorum officiorum* (1291) de Guillermo de Durando, conocido en Tortosa, a través del códice ACTo 58 coetáneo a la construcción de la catedral gótica.

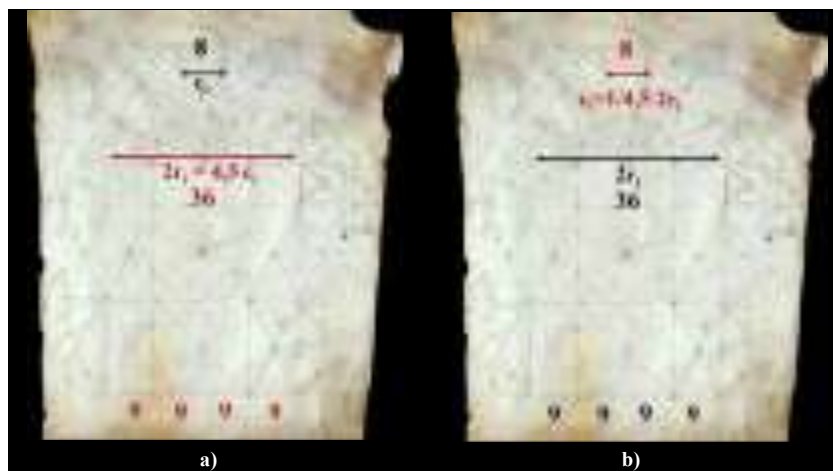


Figure 94. Desarrollo aritmético geométrico de Antonio Guarc (ca. 1345-1380).

Por otra parte, las capillas son un elemento modular en la construcción ya que permiten el patrocinio económico, y actúan como elemento de estribo (Puig i Cadafalch 1923, 65-87).

Desde el punto de vista métrico, las capillas radiales y laterales deben ser iguales ya que forman parte de la secuencia del peregrinaje que circunvala el ábside (Font i Carreras 1891, 9-14)

El método de Guarc determina el diámetro de la circunferencia a través del lado del polígono regular y su relación (18:8), a diferencia del de Euclides, *Elementos*, Libro IV, donde el lado es consecuencia de la inscripción en la circunferencia (Heath 1908.2, 88-111). Conociendo la medida de la capilla (c_i) se determina el deambulatorio ($4,5 c_i$) (Figura 94.a); o viceversa, dado el ancho ($2 r_i$), la capilla radial ($1/4, 5/2 r_i$) (Figura 94.b). A través de estas proporciones aritmético geométrico se puede construir el ábside (Figura 95).

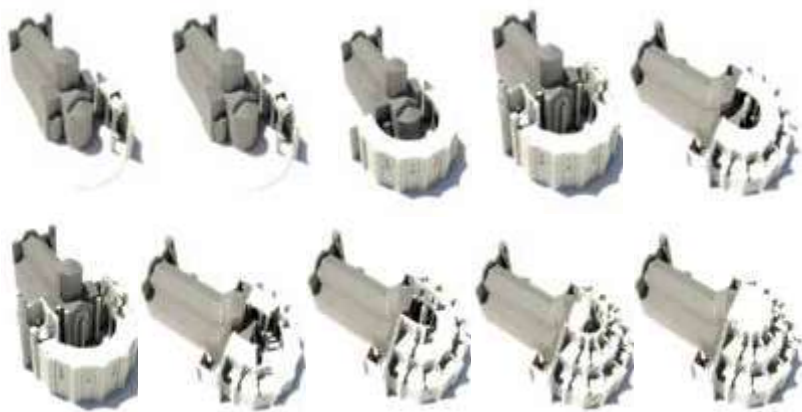


Figura 95. Evolución constructiva del ábside de la catedral gótica de Tortosa (1346-1441).



⌘ *THEORICA Y PRACTICA* DE LA GEOMETRIA

En el análisis biyectivo *theorica* y *practica*, reflejada con la lectura comparada entre fábrica ejecutada y las fuentes directas de su archivo Capitular agustiniano nos permite una lectura compleja de lo que hay detrás de estas grandes construcciones.

De esta manera comparando la medida de la construcción con las principales obras de Agustín de Hipona de la Biblioteca; *De civitate Dei* [5] ACTo 20, *Supra psalterium*. [6] En realidad *Enarrationes in Psalmos* y los *De Trinitate*. (ACTo 55, fol. 1r-172r), *De libero arbitrio*. (ACTo 86, fol. v), de manera que pueda existir una vinculación entre los promotores y constructores.

El número siete no aparece en las primeras obras de los *Soliloquia* (386) y *De ordine* (386), es a partir del *De quantitate animae* (388) cuando lo introduce cada vez más y más en su discurso a partir de la influencia que le vino a través de la catequesis para el bautismo y los sermones de San Ambrosio (340-397) en Milán (Cilleruelo 1953, 510-511).

En la *De civitate Dei* (ACTo 20) se refiere al número siete con relación al séptimo día como plenitud y descanso tras la Creación (*Civ Dei*. XI.31) (ACTo fol 168r-169v). En el séptimo día, es en un mismo día siete veces repetido, y se manifiesta como el descanso de Dios y la santificación de este día. El autor advierte que el primer número impar total es el ternario, que, junto con el cuaternario, forma el septenario (Agustín de Hipona 1958b, 769-771).

En el *De genesi ad litteram* (ACTo 86, fol. 59 v-124v) se refiere al siete a través del número tres, que es parte de este número, del ocho y del nueve. El siete se puede dividir en el tres y el cuatro (*De Gen. ad litt.* IV.2,2)), (Agustín de Hipona 1957, 723). En *Enarrationes in Psalmos* (392) lo relaciona con los diez mandamientos, que divide entre los tres que muestran el amor a Dios y los siete que muestran el amor al prójimo (*Enr. Psal.* 32. 2, 6) (Agustín de Hipona 1964, 432).

1. Metrología de la planta del ábside y Agustín de Hipona

Conocemos la metodología de la construcción del heptágono en las catedrales a través de la *Geometria Deutsch* (1472) atribuida a Hans Hösch von Gmünd (f. 1472) y de la *Geometrie Deutsch* (1488) de Matthäus Roriczer (+c. 1495) en la que determina el lado del heptágono como la altura del triángulo equilátero de lado el radio de la circunferencia y cuyo valor se determina mediante $\sqrt{3}/2$. El método de Guarco determina el diámetro de la circunferencia a través del lado del polígono regular y su relación (18:8). Conociendo la medida de la capilla (c_i) se determina el deambulatorio ($4,5 c_i$), o viceversa, dado el ancho ($2 r_i$) se deduce la capilla radial ($1/4,5 2r_i$).

Podemos especular con el método geométrico que pudieron usar para replantear las capillas radiales basados en el de Abu'l-Wafa (c.993-1008) a partir de la altura del triángulo ($\sqrt{3}/2=0.866$) u otras aproximaciones medievales sería la proporción [7:6] de Gerberto de Aurillac (c. 950-1003) de medida (0,8571) (Bubnov 1899, 43-45).

Gabriele Stornaloco en 1391 utiliza la de [8:7] equivalente a (0.875) (Ackerman 1949, 84-111), o con la deducida de Antoni Guarco (c. 1345-1380) de [9:8] cuya proporción es (0.889).

Se analiza la relación entre el lado del tetradecágono (ci) y los ejes radiales del deambulatorio (rdi). Los valores más probables de las capillas radiales ($c_{a(c2-8)}=5,564$ m) y el del radio ($c_{a(rd1-9)}=12,553$) tienen una relación ($c_{a(c2-8)}/0,5(c_{a(rd1-9)})=0.886$ que es un valor más cercano a la resolución de Guarco.

La capilla tiene un valor estadístico de 3 canas y se sitúa sobre un radio de 54 palmos. La relación de Guarco aparece citada en el *Comentarii In Somnium Scipionis* del ACTo 236 (fol. 1r. 61v) de Macrobio (f. 400) con el término de *epogdo* (9/8) (ACTo 236 fol. 36 v), así como en la traducción y comentario del *Ti-maeus* de Platón de Calcidio (f.350) donde el epogdo se expresa como (1+1/8) (ACTo 80, fol. 150 r-150 v). Completando la cuestión con el fragmento del Libro VII de la Geometría de Marciano Capella (fl. 430) (ACTo 80, fol.160 v-161 r) donde la medida conmensurable es *rhētós*.

Los centros de los pilares del presbiterio (P_{11} - P_{12}) y (P_{19} - P_{20}) de nuevo diseño, corresponden a un radio 27 palmos, mitad de los 54 palmos del presbiterio (2x27). A su vez el replanteo de la girola se realizaba a 108 palmos (2x2x27), medida en relación con el nueve en el Libro XVIII (ACTo 20, fol. 294v-295 r) tomando la referencia del número de veintisiete versos, define a este número como tres elevado al cubo.

De modo que tres por tres son nueve, y a su vez transformándolo, haciendo figura de lo ancho a lo alto, tres por nueve son veintisiete (*Civ. Dei* XVIII.23,2) (ACTo 20, fol. 295r). (Agustín de Hipona 1958c, 1282-1283).

Se referirá al nueve también en *De genesi ad litteram* (ACTo 86, fol. 59 v-124v) como en referencia a sus divisores del tres y seis, reconociendo las tres partes de tres, o sea una tercera parte del nueve (*De Gen. ad litt.* IV.2,2) (Agustín de Hipona 1957, BAC15 723).

El valor estadístico de los radios desde la clave mayor pasando por los pilares de las capillas radiales es $(17,423 \pm 0,065 \text{ m})$ (17,423 m) que es equivalente a 75 palmos, con lo que el ancho interior de la catedral viene determinado por la medida de 150 palmos.

Al final del códice *Supra psalterium*. [6] de la referencia del antiguo inventario que hemos interpretado como *Enarrationes in Psalmos* en el comentario del Salmo 150 Agustín de Hipona hará la gran apología de este número (Agustín de Hipona 1967, 920-927).

Primeramente, lo hace, porque considera el número 15, a través del cual se forma el 150, dado que lo que es número 15 en orden a los números simples, lo es el número ciento cincuenta en orden a las decenas. Por ello es porque lo constituyen quince veces diez. El número 15 simboliza la conformidad de los dos Testamentos. En el Antiguo se guarda el sábado, que significa el descanso; en el Nuevo, el día del Señor, que señala la resurrección.

El sábado es el día séptimo de la semana, y el domingo, el que sigue inmediatamente al séptimo, de manera que de domingo a domingo ocho días. Así el número 15 es la adición de 7 y del 8.

El número 50 encierra en sí un gran sacramento, pues consta de una semana de semanas con la adición de un día, como si fuese el octavo, para completar el número 50. Siete veces 7 constituyen el número 49, al cual se añade uno para formar el 50. Este número 50 encierra tan gran simbolismo que, a contar desde el día de la resurrección del Señor tantos días completos, en el mismo día cincuenta, el Espíritu Santo vino sobre los que se hallaban congregados en Cristo (*Enr. Psal.* 150, 1). Añade que el 50 se refiere a la penitencia; el 100, a la misericordia y juicio, y el 150, a la alabanza de Dios en sus santos, ya que nos encaminamos a la vida eterna (*Enr. Psal.* 150, 3).

Similar concepción aparecerá en el *Liber numerorum qui in sanctis Scripturis occurrunt* (612-615) (*Libro de los Numeros*) atribuido a Isidoro de Sevilla donde este número toma significado, mediante las Sagradas Escrituras, de número perfecto y de aquellos que son predestinados por Dios hacia la vida eterna. (*Lib. Num.* 27,109) (Pardillos 2000, 285-304).

La condición metrológica se basa en la medida de la capilla radial de 24 palmos, que son 3 canas. La dimensión del ancho total de la catedral es de 150 palmos representados con la secuencia [21-27-27-27-27-21] (Figura 96.a). Dado que las capillas radiales tienen una profundidad de 21 palmos, podemos realizar una construcción numerológica de (3x7, 3x9, 3x9, 3x9, 3x9 3x7 p), permitiendo trazar de ésta el ábside heptagonal sin la necesidad de utilizar una circunferencia que lo inscriba (Figura 96.b). En el trasfondo existe una relación intrínseca del siete y nueve, reconocida en la *De Musica libri sex* (387), en la articulación numérica de los semi pies; $(2 + 2) + (2 + 1) = 7$, y $(2 + 2) + (2 + 3) = 9$. (*De Mus.* V. 4, 7) (Agustín de Hipona 1988, 254-256).

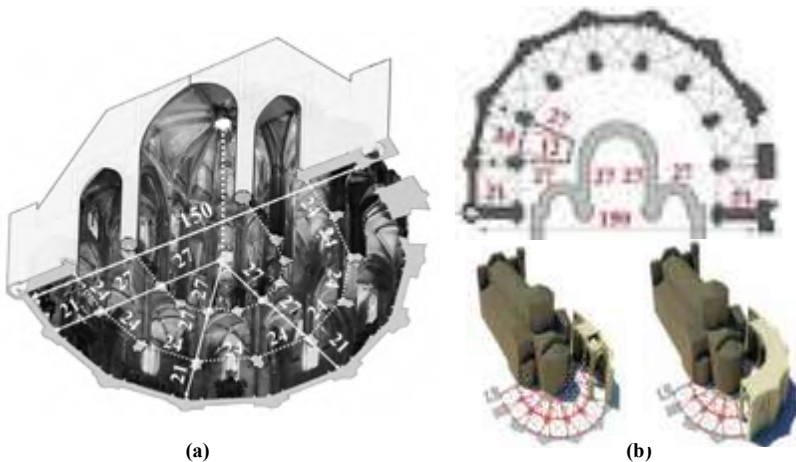


Figura 96. Replanteo metrológico del ábside de catedral de Tortosa (1346-1441) tomando como módulo en ancho de la capilla radial de 3 canas.

2. Metrología de la sección del ábside y Agustín de Hipona

El conocimiento de la llamada *geometria fabrorum*, en los maestros medievales, estaba sujeto secretismo profesional, (Rechet 1980: 8-23). De esta manera los *Statuts de Saint-Michel* de Strasbourg (1563), prohibían expresamente en su artículo 13, el revelar el despliegue de la sección de un edificio.

Éste se realizaba a través de los puntos esenciales de la planta de la construcción gótica desde donde se fijaba la altura de las bóvedas (Mathonière 2003, 86-90). Una de las primeras representaciones publicadas es la sección en perspectiva de Jean Pelerin (c.1445-c.1524) de Notre-Dame de Paris *De artificiali perspectiva* (1505) (Pelerin 1505, XVII v) (Figura 97.a).

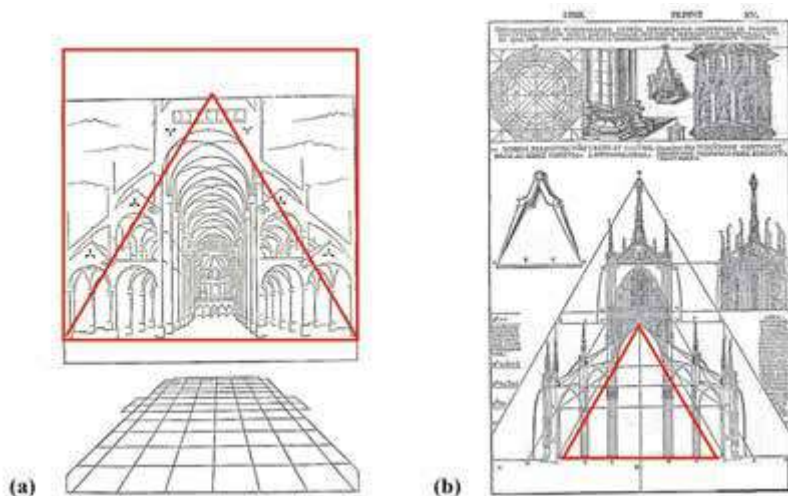


Figura. 97. a) Sección Notre-Dame de Paris en *De artificiali perspectiva* (1505) de Jean Pelerin (c.1445-c.1524); b) Sección Duomo Milano en *Di Lucio Vitruvio Pollione de Architectura libri dece* (1521) de Cesare Cesarino (c.1483-1543).

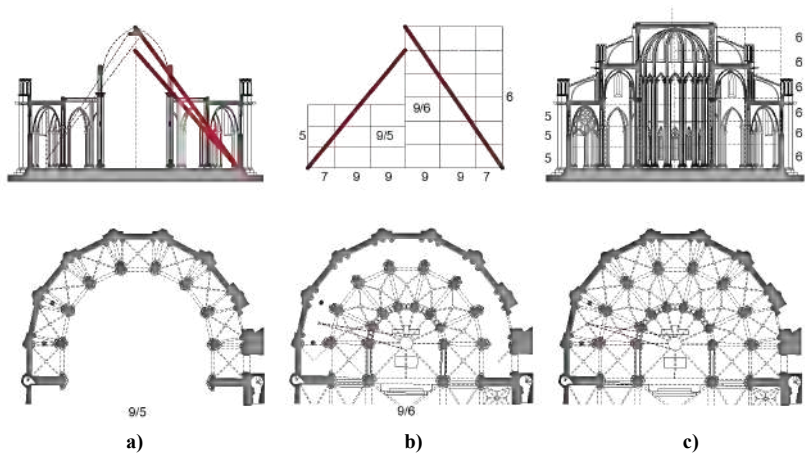
Se difunde también la del Duomo de Milano en la primera edición impresa de una traducción en lengua vernácula del de Vitruvio fue realizado como indica el texto; *Cesare Cesariano*,

cittadino mediolanense, professore di Architettura, Cesare Cesari-
no (c.1483-1543), ilustrando en el *Liber primus* despliegue de
la sección *ad triangulum* del Duomo (Vitruvio 1521, 15r.- 15v)
(Figura 97.b).

En la construcción de la catedral de Milano (1386) y sus deba-
tes posteriores (1392) y (1401), los maestros de la fábrica de-
batían las proporciones más adecuadas; *ad triangulum* o *ad qua-*
dratum (Sebregondi; Schofield 2016: 63-132). La metodología
geométrica utilizada en el Duomo es reducción aritmética a
través de números naturales (8;7) (Beaujouan 1963, 555-563).

Lo mismo ocurre en la catedral de Girona (1316) en las con-
sultas del 1386 y de 1416-1417. Allí participan también los
arquitectos de la catedral de Tortosa, Pascacio Xulbi (ac. 1383-
1441) y Juan Xulbi (ac 1416-1428) donde hablan de la propor-
ción a *terça* (3:2) (Street 1865: 501-513). Estos principios están
asentados en el *Timaeus* (c. 360 BC) de Platón (c.424 - c. 347
BC), a través de las progresiones: 1, 2, 4, 8 y 1, 3, 9, 27, y con
las ratios de proporción (3:2) sesquialtera, (4:3) sesquitercia,
(9/8) sesquioctava (Tim. 35B-36B) (Cornford 1937, 66 -71).

Analizando la altura de las capillas radiales (45 palmos) con re-
lación a la proporcionalidad de la teoría de la sección gótica res-
pecto a la metrología de la planta, se expresa un desarrollo ini-
cial de relación de (9÷5) (Figura 98.a). El valor de referencia de
las claves del deambulatorio [16,070-15,94 m] está dentro del
rango cercano a los 70 palmos, con un despliegue de la planta
para (9÷6) (Figura 98.b). La clave mayor se sitúa a 100 palmos
sobre un ancho total de 150 palmos desde la girola hasta la base
de la cara interior del muro de la fachada. Con estos valores,
podemos plantear un despliegue en planta de las medidas [81-
105-150 palmos], elevados en su altura de forma metrológica
correspondiente a [45-70-100 palmos] (Figura 98.c).



llas radiales proporción (9/5) b) Cambio de sección en el deambulatorio (9/6); c) Colocación de la clave del presbiterio a 100 palmos.



Figura 99. Evolución de la sección del ábside de la catedral de Tortosa cambio de sección en el deambulatorio.

La evidencia de cambio de proporcionalidad del modelo de Pascacio Xulbi y Juan Xulbi, respecto al modelo inicial comportó un cambio estructural y a la vez visual, donde la imagen de Coronación de la Virgen no solo tendrá una visión cen-

tral, sino que visualmente presidirá centrípetamente las capillas del deambulatorio (Figura 99). En el cambio de sección y la proporción (3:2) sesquialtera aparece en el comentario del *Timaeus* de Calcidio (f.350), (ACTo 80 146r-155 v), como en *Comentarii In Somnium Scipionis* del ACTo 236 (fol. 1r. 61v) de Macrobio. La *De civitate Dei* (413-426) aborda el juicio en el Libro XX (ACTo 20 fol.333r-359r), dedicado a las dos resurrecciones y a los mil años del apocalipsis (*Civ. Dei* XX.7) (fol. 337v-338v). Se sirve de los mil años para designar la duración del mundo, empleándolo como la plenitud del tiempo.

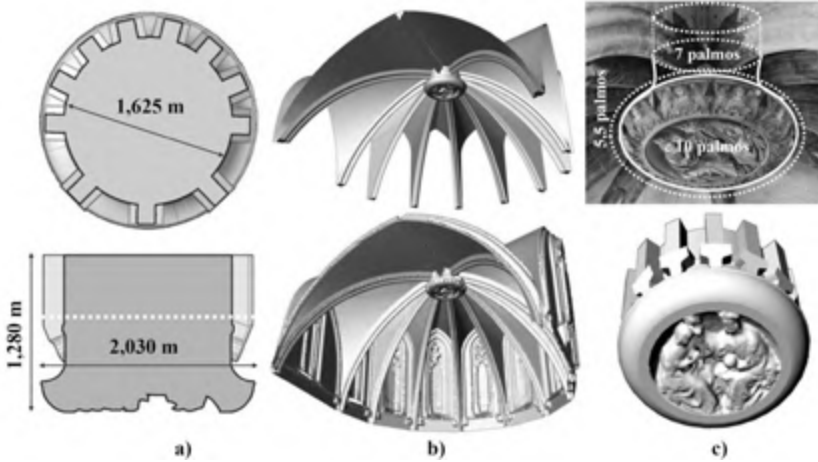


Figura 100. a) Medidas de clave del presbiterio; b) Bóvedas y arcos que se concentran en la clave; c) Hipótesis metrológica inicial de la clave.

El número mil es el cubo de diez, y diez por diez son ciento. Ésta es una figura plana, y para hacerla sólida es preciso multiplicar cien por diez, y tenemos ya los mil (XX.7,2) (Agustín de Hipona 1958c, 1457). La talla y desbastado de la clave atribuida a Bartomeu Santalínia (ac. 1420-1440) tiene un cuello ($1,625 \text{ m} \pm 1,502\%$) (Figura 100.a). dentro del rango de 7 palmos y la altura ($1,280 \text{ m} \pm 1,502\%$) dentro del 5,5 palmos

(Figura 100.c), donde se concentran las diez bóvedas y los once arcos cruceros (Figura 100.b). La corona de los diez ángeles que la rodean tiene una medida (203.00 m \pm 1,502%). Dada la dificultad geométrica de la talla de la piedra, hipotéticamente se podría pensar que pudiera habido tener diez palmos de diámetro, de manera que la medida de clave 10 al multiplicar por 10 se sitúa a 100 palmos, y por 10 se convierte en 1000 la plenitud del tiempo. (Lluís-Teruel; Lluís i Ginovart; Ugalde-Blázquez; Gómez-Val 2024, 15, 943).

3. La coronación de la Virgen y Agustín de Hipona

La iconografía de Coronación del presbiterio corresponde a la Virgen entronizada, situada a la diestra de su Hijo (Puigarnau 2023, 914), en la acción del coronamiento con el orbe en su mano, *coronado de gloria y de honra*,” (Hebreos, 2:9) y con gesto de inclinación ante el *Rey de reyes y Señor de señores* (Apocalipsis 19:16), compartiendo ambos el trono, rodeado de diez ángeles sostenidos en su vuelo.

La Coronación de la Virgen concluye los episodios de su Dormición y su Asunción al cielo, siendo un tema frecuente en la iconografía, atribuido a Melitón de Sardes (+ c. 180). Fue divulgada en el Occidente cristiano tras el Concilio de Éfeso (431) por Gregorio de Tours (538-594).

En el Libro del Apocalipsis presenta a la Virgen como una Mujer radiante coronada con doce estrellas y con la luna bajo sus pies como pedestal (Apoc. 12.1).

El pasaje de *Summa aurea* (1261-1266) de Jacobus de Voragine (ca. 1229-1298), *Assumptio Beatae Mariae Virginis Cap. CXIX*, relata:

Ven desde el Líbano, que vas a ser coronada. A lo cual María contestó: Voy, Señor, voy, que en el Libro de la Ley se dice de mí que en todo y siempre hare tu voluntad y que mi espíritu se complace en ser fiel a tus deseos, oh mi Dios y Salvador! En aquel preciso momento el alma de la Virgen salió de su cuerpo y voló a la eternidad en brazos de su Hijo. Después, el propio Salvador, con semblante jubiloso, salió a recibir a su Madre, la tomó de la mano y personalmente la condujo hasta el estrado en que se alzaba su trono, y con gozo indecible la colocó en éste, para permanecer eternamente a su lado compartiendo el gobierno del Reino (Voragine 1999, 479-483).

La importancia de la cita hace ilustrar los frontispicios de la traducción de Jean de Vignay (c. 1282- c. 1350) de la *Legende dorée*, como él (B. Mazarine, Ms 1729, fol. 15) (c. 1370-1380) (Figura 101.a), o él (BnF, Franc. 242, fol. Ar) (c. 1402) (Knowles 1954, 353-383) (Figura 101. b).

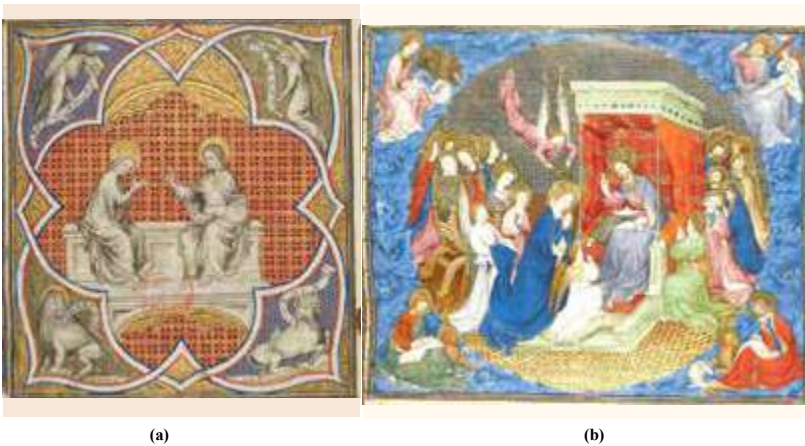


Figura 101. a) Bibliothèque Mazarine, Ms 1729, fol. 15. (c. 1370-1380); b) BnF, Ms. Français 242, fol. Ar (c. 1402).

La obra esta referida en el inventario de la catedral del año 1420 como: *Item, liber vocatus Flos sanctorum, in pergameno, in latino, qui fuit honorabilis domini decani Dominici Mese-guer* [38], también *Item, Summa Aurea, in pergameno, cum littera minuta, spessa, cum cohopertis virmilis*. [40] y a la vez como *Item, quidam liber vocatus Flos sanctorum* [48] (Baiges 1999, 3-20).

Las iluminaciones de la Coronación de la Virgen aparecerán para ilustrar el libro XXII de la *De civitate Dei*, cuyo objeto es la eterna felicidad de los santos como el fin de la Ciudad de Dios. Así se da solidez a la fe en la resurrección de los cuerpos y se explica en qué consistirá. La Coronación se vincula al Juicio Final, dado que es la “corona de la vida” (Apocalipsis 2:10). Virgo ya se beneficia de la promesa que concierne a todo hombre. Esta mujer puramente humana es la primera en realizar el proyecto de Dios para la divinización del hombre, como en el códice British Museum (1370-1377) donde el acto se realiza en el Paraíso (B.M., Mss. Lat. Add. 15244-45, fol. 365), al igual que el conservado en Londres (c. 1380) por el coleccionista Henry Yates Thompson (1838-1928) (Ms. Franc. 80, fol. 288r). Especialmente prolíficas son las iluminaciones francesas, caso del (BnF, Ms. Franc. 174) (c. 1400-1405), traducido y comentado por Raoul de Presles (1316-1382).

Está iluminado por *Maître de la Cité des Dames* y Jacquemart de Hesdin (BnF, Ms. Franc. 174, fol 364r) (Figura 102.a) donde la Virgen es coronada por su hijo en presencia de los doce apóstoles, como el de la misma época del *Maître des cleres femmes* (BnF, Ms. Franc. 173, fol 278 r). (Figura 102.b) en presencia de santidades y los que aspiran a ella.

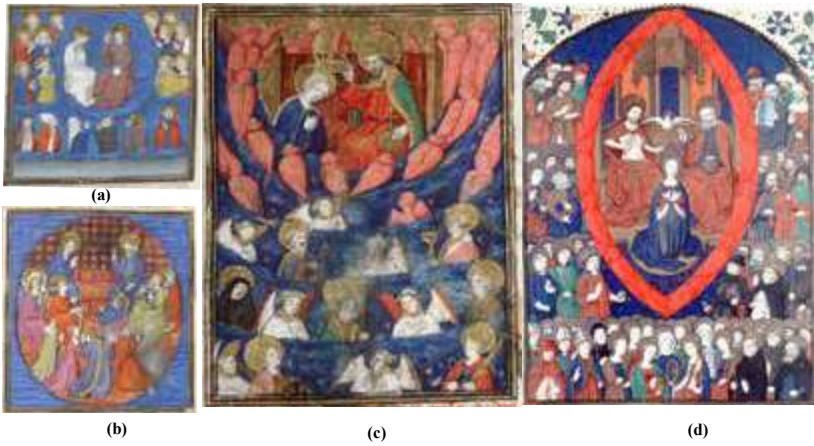


Figura 102. Iluminaciones francesas de la *De civitate Dei*. a) (BnF, Ms. Franc. 174) b) (BnF, Ms. Franc. 173) c) la Bibliothèques d'Amiens Métropole, Ms. 216 (tome II) d) BnF, Département des Manuscrits, Division occidentale, Français 28, fol. 273v,

Otra Coronación rodeada de ángeles y Santos es (BM, ms. 216, t. II, fol. 375v) (c 1425-1449) de la Bibliothèques d'Amiens Métropole, (Figura 102.c). La iconografía de coronación Trinitaria de Rouen (c.1450-1474) del (BnF, Ms. Franc. 28, fol 273v), donde para enfatizar el acto significa la vida eterna, comunión con las energías divinas y comunión con el amor de Dios Trinitario, con las tres personas divinas (Figura 102.d).

La *editio princeps* de *De civitate Dei* de San Agustín fue producida en Subiaco en 1467 por los tipógrafos Conrad Sweynheym (1430-1477) y Arnold Pannartz (fl. 1463-1477 en gran formato, aunque no dispone de ilustraciones).

A partir de esta época se van a compaginar con incunables y con grabados, es el caso de la traducción Raoul de Presles (1316-1382) conservada en Cambrai, (BM, inc. B 076, 7181-2), editada en Abbeville con grabados (1486-1487) de Pierre Gérard (f.1486) et Jean Du Pré (+ 1504) (Figura 103.a).

En alguna de las ocasiones la obra fue decorada con color al temple, es el caso de la edición de Abbeville, (BM, inc. 002, t. II c) (Figura 103.b).



Figura 103. Incunables de la *La cité de Dieu* traducidos por Raoul de Presles (1316-1382) a) Cambrai, BM, inc. B 076 (7181-2); b) Abbeville, BM, inc. 002, t. II.

La iconografía ya fue empleada de la diócesis de Tortosa en la construcción de la portada de los Apóstoles de la Iglesia arciprestal de Morella. Su ejecución es algo posterior a 1352 en la que pudo participar Domènec Prunyonosa (f. 1346) (Garcia 2020, 81-104), yerno de Bernat Dalguaire maestro que estuvo en Avignon antes de empezar la catedral de Tortosa. En su tímpano está representada la de la Coronación de la Virgen antes de ser coronada por su Hijo con el libro en sus manos (Figura 104.a), coincidente cronológicamente la del *Psalterium Horae* de Avignon (c 1330-1340), (Avignon, Bibliothèque municipale Ceccano, Ms. 121 fol. 47r) ya coronada en presencia del Espíritu Santo (Figura 104.b).



Figura 104. a) Puerta de los Apóstoles de la Iglesia arciprestal de Morella (c. 1352); b) *Psalterium Horae* de Avignon (c 1330-1340).

En la catedral aparece la Virgen a la diestra de su Hijo en la acción de coronamiento, *coronado de gloria y de honra*, (Hebreos, 2:9).

Aparece con el orbe en sus manos, con gesto de inclinación ante el *Rey de reyes y Señor de señores* (Apocalipsis 19:16) compartiendo su trono. Ambos están rodeados por la presencia de diez ángeles sostenidos en su propio vuelo (Figura 105.b), muy similar a la iluminación del codice *Horae ad usum parisiensem* (1375-1425) del taller del *Maître du parement de Narbonne* (BnF, NAL 3093-2, fol. 75v) (Figura 105.a). Los diez ángeles que rodean la coronación también aparecen en la edición del *De civitate Dei* (BnF, Franc. 24 f. 262v) (s. XV) acompañados por los obispos, el Papa y los Santos (Figura 105.c).



Figura 105. a) *Horae ad usum parisiensem* (1375-1425) . BnF, NAL 3093 ;
b) Clave mayor catedral de Tortosa; c) *De civitate Dei libro XXII* (s. XV) BnF,
Français 24 f.262v).

La clave del presbiterio está protegida por once dragones alados dispuestos sobre los arcos cruceros que convergen en la clave mayor.



Figura 106. La Coronación de Virgen rodeada de once dragones custodios.

El significado del dragón, símbolo del combate que ha de ser vencido por la Virtud, pasa a ser un elemento protector del templo y de los fieles que en él se refugian. (Figura 106).

4. La pervivencia tardo clásica

El rosetón de la catedral de Orvieto se realiza tras la modificación del proyecto original, la fachada principal de Lorenzo Maitini (c. 1275-1330) en el año 1310. Tiene la peculiaridad que está dividido en 22 partes, formando un icosakaidígono, siendo una de las escasas figuras utilizadas en la arquitectura gótica (Lluís i Ginovart, Samper, Herrera, Costa, Coll, 2016, 419-) (Figura 107.a).

Algunos *clipeus* decorativos de forma circular, generados a través de la forma de los escudos de griegos como el de Tarragona (s. I).

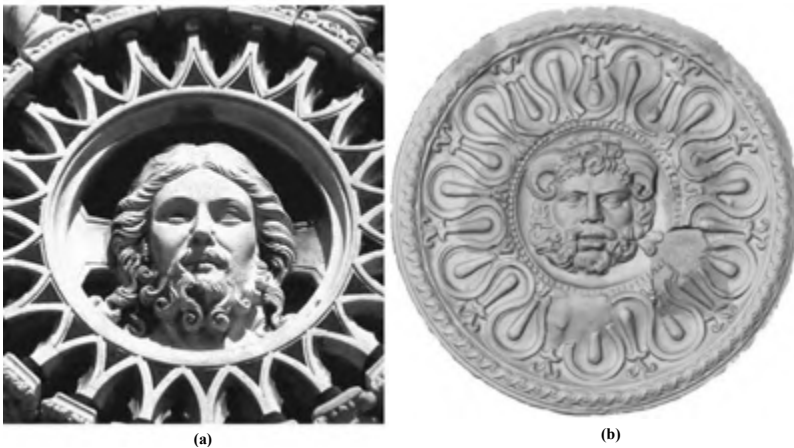


Figura 107. A) Rosetón catedral Orvieto; b) *clipeus*, como el de Tarragona (s. I).

Este tiene como imagen central la que representa la figura de Jupiter-Ammon (Lluís i Ginovart, Samper, Coll, Costa, 2017,

e173) (Figura 107.b). En su construcción se especula con la aproximación de $(14/25)$ (Figura 108.a).

Otra referencia sería el mausoleo de *Le Carceri Vecchie* (s.I) de Capua, tiene una base circular con 22 módulos, con un diámetro de 70 pies, y 22 intercolumnios de 10 pies. Por ello se establece una relación de $(1/7)$, entre el diámetro y su parte, y, por tanto, construido con números de proporción entera (Figura 108.b). El estudio geométrico de los métodos tardo-clásicos de base aritmética, comparado con los de traza geométrica de *Reliquiario del Corporale del Miracolo di Bolsena* (1337-1338) de la catedral de Orvieto (Figura 108.c), arrojó una extraordinaria coincidencia métrica entre ambas figuras, el *Clypeus* tiene una circunferencia de regresión de $R = 0,335$ m.

La medida de la faz de Cristo es de $R = 0,338$ m. También la de las metodologías de la construcción icosakaidígono se aproximan enormemente, en el primer caso a 0,095 m y en el rosetón 0,096 m.

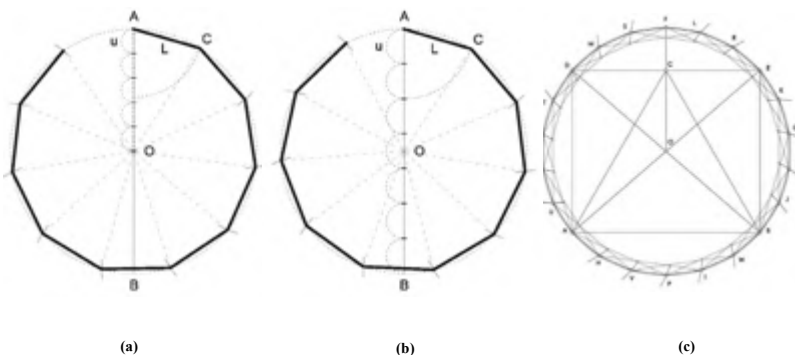


Figura 108. Métodos de construcción del icosakaidígono. a) Hipótesis proporción $(14/25)$ del *clypeus*; b) Hipótesis de la *Carceri Vecchie de Capua*; c) Interpretación del *Reliquiario del Corporale del Miracolo di Bolsena*.

Los procedimientos de medición de registros indirectos (CRP) y (TLS), basados en una metodología cuantitativa centrada en el estudio y análisis del espacio tridimensional, permitieron analizar los puntos que hasta el momento no eran accesibles, y con ello, una nueva visualización de la realidad constructiva de la arquitectura.

Los promotores impusieron su saber neoplatónico en el orden y proporción tardo clásica, conservando sus fuentes durante un milenio y permitiendo contrastarlos con las tesis historio-gráficas.

Lo demuestran los códices aún conservados en el archivo capitular de Tortosa, especialmente con el de San Agustín de Hipona, y también las fuentes directas (ACTo 20), Calcidio y Capella (ACTo nº 80) y Macrobio (ACTo 236). También de los constructores, en especial el documento de la Pergamino de Guarc, ACTo Fábrica Nº49 con su proporción de (9÷8). La Providencia encargó a Juan Bautista Cardona (1511-1589), canónigo de la catedral de Valencia, obispo de Perpiñan, de Vich y finalmente de Tortosa, autor de *De regia S. Laurentii bibliotheca; De Pontificia Vaticana* (Cardona (1587), para la organización de la Biblioteca del Escorial, quien dijera al Rey Felipe II (1527- 1598) de la biblioteca capitular de Tortos: *nada había allí digno de su Real Majestad* (Bayerri 1962, 72-75). De aquí que este rico patrimonio se haya conservado en el ACTo.

Con ello hemos reforzado lo que la historiografía clásica asumía en el contexto escolástico, la catedral gótica, como el resultado manifiesto entre la voluntad de dos partes: la del promotor y la del constructor. La interacción entre ambas figuras fue puesta de manifiesto por Wilhelm Worringer (1881-1965) en

el *Formprobleme der Gotik* (Worringer 1911) y por Erwin Panofsky (1892-1968) en el *Gothic Architecture and Scholasticism* (Panofsky 1951). Otto von Simson (1912-1993) abordó inicialmente la cuestión de las fuentes cultas (Simson 1952, 6-16) buscándolas en la *De Civitatis Dei*, *De Ordine* y la *Musica* de Agustín de Hipona (354-420) y las desarrolló en *The Gothic Cathedral: the origins of Gothic Architecture and the Medieval Concept of Order* (Simson 1956) (Figura 109).



Figura 109. Piedras claves del presbiterio con la Coronación de Virgen y del primer tramo de nave con San Agustín de Hipona.

Pero este Orden, más allá de los del Capítulo, obispo y constructores, va dirigido a los fieles, abogando por el significado y significado sacro, y escenificada en la colocación de la clave sobre un pilar construido provisionalmente fuera del lugar de culto y que será desmontado en 1440 (Lluis; Almuni 2011, 733-743).

La clave del presbiterio, atribuida a Bartomeu Santalínia, perteneciente a familia de orfebres, fué activo en la catedral entre 1420 y 1440 (Almuni 2007, 1. 181) empleando 59 días entre mayo y julio de 1439 para el remate de su talla (Almuni 2007, 2. 538).

Goza, además, dentro del marco arquitectónico del conjunto de las diez bóvedas que componen otra corana sobre la Coronación de la Virgen rodeada de la luz de nueve ventanales (Figura 110).

La colocación de la clave antes de cerrar las bóvedas tuvo que esperar, pese a que la festividad de la Asunción se celebraba el quince de agosto. Se celebró en una fecha que probablemente fué elegida con precisión. La fecha fue el primer domingo después de los cuarenta días de la Asunción. Pudiendo tener en cuenta un pasaje de *Legenda aurea* de Jacobus de Voragine;

Cuando ocurrió mi dormición, todos los apóstoles estaban a mi lado. Ellos fueron precisamente quienes con suma reverencia llevaron mi cuerpo al sepulcro. Cuarenta días después de mi muerte, resucite (Voragine 1999, 482).

El documento dice: *Hoy domingo 27 de septiembre de 1439, con el Retablo de la Seo abierto y bien guarnecido, sonando todas la señales y campanas, las cuales en la noche pasada habían tocado por razón del acto.... Aquí se hizo el oficio, y la misa muy solemnemente de la Asunción de la Virgen María E feta la dita benedicció, cantaren altres veus lo ymne Ave Maris stella, Dei mater alma. E acabat lo dit ayme, ladonch los patrons maestres daixa, e mariners, e altres que aquí eren per fer la llavor de muntar la dita clau, muntaren aquella fins l'endret on devia muntar per asetiàr aquella. E essent muntada, muntaren e assentaren lo bastiment e matràs hon la dita clau avia a esser posada e asetiada, lo qual bastiment e matràs asetiàt davall la dita clau, ladonchs calaren la dita clau, e calant aquella per lo molt noble Luart de Muntcada, prior major de la dita seu, per part del dit capitol e clero, e lo molt honorable en Francesch Burgues, procurador en cap, per part e nom de la dita ciutat, la dita clau fonch damunt lo dit bastiment, o matràs, ab lo mestre de la seu, assetiada,...* (O'Callaghan 1887, 17-20).

Probablemente en este momento, nadie de los presentes pudo observar la imagen de la base de la clave ya que esta debía estar protegida por algún tipo de embalaje esperando la retirada del pilar sobre la que se asentó la clave mayor. En este momento la Coronación de Virgen con sus diez ángeles que la rodean, es coronada por las diez aristas de las bóvedas de la Ciudad de Dios construida por los hombres, y custodiada y protegida por sus once dragones que la custodian (Figura 110).



Figura 110. Piedra clave del presbiterio de la catedral de Tortosa. La Coronación de Virgen coronada por sus bóvedas y protegida por sus dragones.

Con la Coronación de la Virgen, bajo la cual cientos de años han cantado el Ave Maris Stella, acabo mi discurso de ingreso en esta Real Academia Europea de Doctores.



REFERENCIAS

1. Bibliografía

- Abrahamsen, N. (1992). Evidence for church orientation by magnetic compass in twelfthcentury Denmark. *Archaeometry* 34, 293-303.
- Ackerman, J.S. (1949). “Ars Sine Scientia Nihil Est” Gothic Theory of Architecture at the Cathedral of Milan, *The Art Bulletin*, 31.2, 84-111
- Adam J.P. (1982). Groma et Chorobate. *Mélanges de l'École française de Rome*. Antiquité, 94.2, 1003-1029.
- Aghayani-Chavoshi, J. (2010). Ketâb al-nejârat. Sur ce qui est indispensable aux artisans dans les constructions géométriques. Written Heritage Research Centre & Institut. Téhéran: Mîrât-e Maktûb – IFRI,
- Agustín de Hipona (1957). Obras de San Agustín XV. De la doctrina cristiana. Del Génesis contra los maniqueos. Del Génesis a la letra, incompleto. Del Génesis a la letra. Madrid: La Editorial Católica, S.A.
- Agustín de Hipona (1958). *Obras de San Agustín II Las Confesiones*. 8 ed. Madrid: La Editorial Católica, S.A.
- Agustín de Hipona (1958b). Obras de San Agustín XVI La Ciudad de Dios, 8 ed. Madrid: La Editorial Católica, S.A.
- Agustín de Hipona (1958c). Obras de San Agustín XVI La Ciudad de Dios, 8 ed. Madrid: La Editorial Católica, S.A.
- Agustín de Hipona (1962). Obras de San Agustín III. Obras filosóficas. 3 ed. Madrid: La Editorial Católica, S.A.

Agustín de Hipona (1964). Obras de San Agustín XIX. Enarraciones sobre los Salmos (1). Madrid: La Editorial Católica, S.A.

Agustín de Hipona (1967). Obras de San Agustín XXII. Enarraciones sobre los Salmos (4). Madrid: La Editorial Católica, S.A.

Agustín de Hipona (1969). Obras de San Agustín I. Introducción general y primeros escritos. 4 ed. Madrid: La Editorial Católica, S.A.

Agustín de Hipona (1988). Obras de San Agustín XXXII. Escritos varios (1). La inmortalidad del alma. La música. La fe y el símbolo de los apóstoles. La catequesis a principiantes. La fe y las obras. Sermón sobre la disciplina cristiana. Sermón a los catecúmenos sobre el símbolo de los apóstoles. Madrid: La Editorial Católica, S.A

Agustín de Hipona (2000). Obras Completas de San Agustín XVI. La Ciudad de Dios (1º). Madrid: Biblioteca Autores Cristianos.

Agustín de Hipona (2001). Obras Completas de San Agustín XVII. La Ciudad de Dios (2º). Madrid: Biblioteca Autores Cristianos.

Alonso, B., Jiménez, A. (2009). La traza guipuzcoana de la catedral de Sevilla. *Actas del Sexto Congreso Nacional de Historia de la Construcción. Valencia, 21-24 octubre 2009*, Huerta, S. (ed). Madrid: Instituto Juan de Herrera, 63-74.

Almuni, V. (1991). L'Obra de la Seu de Tortosa (1345-1441). Tortosa: Cooperativa Gràfica Dertosense.

Almuni V. (2007). La catedral de Tortosa als segles del gòtic. 2 vols. Barcelona: Fundació Noguera. Col·lecció Estudis.

Amelléz, C. F. (1788). Elementos de Geometria y Fisica experimental para el uso é instrucción de los alumnos del Real Colegio de Cirujia de Cadiz compuestos por D. Carlos Fran-

- cisco Amelléz. Cádiz: En la imprenta de D. Manuel Ximenez Carreño.
- Andreu, R. (2012). Edició crítica, traducció i estudi de l'Ars gromatica siue geometría Gisemundi. Tesi Doctoral codirigida pels doctors: Dra. Cándida Ferrero i Dr. Oriol Olesti. Departament de Ciències de l'Antiguitat i de l'Edat Mitjana. Universitat Autònoma de Barcelona.
- Andreu, R. (2016) L'Ars gromatica siue geometria Gisemundi. Barcelona; Servei de Publicacions de la Universitat Autònoma de Barcelona.
- Aragón, E. (2008). Tratado de Astrología. Edición digital a cargo de Justo S. Alarcón. Málaga: Biblioteca Katharsis. Edición digital Rosario R. Fernández.
- Arfe, J. (1585). De varia commensuracion para la escultura y arquitectura. Sevilla: Andrea Pescioni y Juan de León.
- Arneitz, P; Draxler, A; Rauch, R; Leonhardt, R. (2014). Orientation of churches by magnetic compasses? Geophysical Journal International. 198. 1.,1-7.)
- Armisen-Marchetti (2003). Macrobie. Commentaire au Songe de Scipion. Tome II, Livre II. Paris: Les Belles Lettres.
- Ascani, V. 1989). Le dessin d'architecture médiéval en Italie. En : *Les bâtisseurs du Moyen-Âge*, Recht R. (ed). Strasbourg : Editions les Muses de la Ville de Strasbourg, pp.255-277.
- Ascani, V. (1997). Il Trecento disegnato. Le basi progettuali dell'architettura gotica in Italia. Roma: Viella.
- Baiges, I. J. (1999). Els manuscrits de la Catedral de Tortosa en un inventari de 1420. *Anuario De Estudios Medievales*, 29.1, 3-20.
- Baron, R. (1956). Hugonis de Sancto Victore Practica geometriae. *Osiris*, 12, 176-224.

- Beaujouan, G. (1963). Calcul d'expert, en 1391, sur le chantier du Dôme de Milan. In: *Le Moyen Age*. Brussels: Livraire Jubilaire, 555-563.
- Beajouan G. (1996). Les chiffres arabes selon Gerbert. L'abaque du Pseudo-Boèce. En: *Autour de Gerbert d'Aurillac. Le pape de l'an mil*, Guyotejannin, O, Polle, E., Paris: Écolo de Chartes, pp. 322-328.
- Bechmann, R. (1993). Villard de Honnecourt. La pensée technique au XIIIe siècle et sa communication. Paris: Picard Éditeur.
- Beer, R.; Barnils, P. (1910). Los manuscrits del monastir de Santa María de Ripoll. Barcelona Estampa de la Casa Provincial de Caritat.
- Beer, R; Barnils, P. 1910. *Los manuscrits del monastir de Santa María de Ripoll*. Barcelona Estampa de la Casa Provincial de Caritat.
- Belidor, B. F. (1729). La science des ingénieurs dans la conduite des travaux de fortification et architecture civile. Paris: Chez Claude Jombert.
- Beleth, J. (1855). Rationale divinatorum officiorum. Documenta Catholica Omnia. De Scriptoribus Ecclesiae Relatis. Migne JP. Patrologia Latina. MPL 202, Col. 0165 – 0167.
- Benson, H. (1956). Church Orientations and Patronal Festivals. *The Antiquaries Journal* 36, 205-213.
- Bernard, W. (1997). On the foundations of the mathematical sciences in the works of Boethius. *Antike und Abendland*, 1.43, 63-89.
- Besthorn, R. O., Heiberg, J. L. (1893). Codex Leidensis 399,1. Euclidis Elementa ex interpretatione al-Hadschdschadschii cum commentariis al-Narizii. Hauniae; In Libraria Gylden-daliana

- Blume, F; Lachman, K; Rudorff. A. (1848). Die Schriften der Römischen Feldmesser Herausgegeben und erläutert von von F. Blume, K. Lachmann, und A. Rudorff. Erster Band. Berlin: Bei Georg Reimer.
- Blume, F; Lachman, K; Rudorff. A (1852). Die Schriften der Römischen Feldmesser: Erläuterungen zu den Schriften der römischen Feldmesser, von F. Blume, K. Lachmann, T. Mommsen und A. Rudorff. Zweiter Band. Berlin: Druck und Verlag von Georg Reimer.
- Boncompagni, B. (1854). Intorno ad alcune opere di Leonardo Pisano matematico del secolo decimoterzo. Roma: Tipografia delle Belle Arti.
- Boncompagni, B. (1862). Scritti di Leonardo Pisano matematico del secolo decimoterzo. La practica geometriae di Leonardo Pisano, secondo la lezione del codice urbinato no. 292 della Biblioteca Vaticana V2. Roma: Tipografia delle Scienze Matematiche e Fisiche.
- Bonner, A. (1989). Obres selectes de Ramón Llull (1232-1316). 2 V. Palma de Mallorca: Editorial Moll.
- Borghi, P (1484). Arithmethica . Venecia: Erhard Ratdolt.
- Bovelles, Ch. (1510). Liber de intellectu, Liber de sensibus, Libellus de Nihilo, Ars oppositorum, Liber de generatione. Liber de Sapiente, Liber de duodecim numeris. Paris:Henri Estienne-
- Bovelles, Ch. (1511). Geometrie en François. Nouvellement Imprime a Paris par Henri Estienne Imprimeur et libraire demourant en la rue saint Jehan de beauvoys. Paris:Henri Estienne.
- Bovelles, Ch. (1542). Livre singulier et utile, touchant l'art pratique de geometrie, compose nouvellement en françois, par maistre Charles de Bouvelles. Paris: Regnaud Chaudière et Claude.

- Bovelles, Ch (1547). *Geometrie pratique*. Paris. De l'imprimerie de Regnaud Chaudiere, & Claude son filz.
- Bubnov, N. (1899). *Gerberti postea Silvestri II papae opera mathematica (972-1003)*. Berlin: Friedlände.
- Bucher, F. 1968). *Design in Gothic Architecture. A Preliminary Assessment*. *Journal of the Society of Architectural Historians*, XXVI.1, P.49-71.
- Bucher, F. (1972). *Medieval Architectural Design Methods, 800-1560*. *Gesta*, 11.2,.37-51.
- Burnett, C. (1996). *Algorismi vel helcep decentior est diligentia: the Arithmetic of Adelard of Bath and his Circle*, in *Mathematische Probleme im Mittelalter: der lateinische und arabische Sprachbereich*, ed. M. Folkerts, Wiesbaden, 1996, pp. 221-331.
- Burnett (2002). *Learning Indian Arithmetic in the Early Thirteenth Century*. *Boletín de la Asociación Matemática Venezolana*, Vol. IX, No. 1 (2002), P.15-26.
- Burnett (2006). *The semantics of indian numerals in arabic, greek and latin*. *Journal of Indian Philosophy* (2006) 34: P. 15-30
- Burnett (2010). *Numerals and Arithmetic in the Middle Ages*. *Variorum Collected Studies*. Farnham, Surrey, & Burlington, VT: Ashgate.
- Busard, H. L.L. (1965). *The Practica geometriae of Dominicus de Clavasio*. *Archive for the history of the exact sciences*, 2, 520-575.
- Cabrera, J. R. (1990). *El libro médico-quirúrgico de los Reales Colegios de cirugía españoles en la Ilustración*. Cádiz: Servicio de publicaciones Universidad de Cádiz.
- Calandri, Ph. (1491). *Pictagoras arithmetrice introductor*. Florencia: S. de Lorenzo de Morgiani y Giovanni, alemán de Maguncia.

- Calvo, J. A. (2014). Los cabildos hispánicos de canónigos regulares de la obediencia de San Rufo de Avignon (Siglos XI-XV). Sevilla: Universidad de Sevilla.
- Casaseca, A. (1978) Trazas para la catedral de Segovia. *Archivo Español de Arte*, LI, 29-51.
- Cantor, M. (1875). *Die römischen Agrimensoren und ihre Stellung in der Geschichte der Feldmesskunst. Eine historisch-mathematische Untersuchung von Dr. Moritz Cantor*. Leipzig: Druk un verlag von B.G.Teubner
- Cardona, J. B. (1587) Ioan. Bapt. Cardonae . De regia S. Laurentii bibliotheca ; De Pontificia Vaticana ; De expungendis haereticor. propriis nominib.; De dyptichis. Tarracone: apud Philippum Mey
- Carrero, E. (2009). La arquitectura medieval al servicio de las necesidades litúrgicas. Los conjuntos de iglesias, *Anales de Historia del Arte*, volumen extraordinario, 61-97.
- Cataneo, P. (1567). L' architettura di Pietro Cataneo senese. Alla quale oltre all'essere stati dall'istesso autore riuisti, meglio ordinati e di diuersi disegni, e discorsi arricchiti i primi quattro libri per l'adietro stampati, sono aggiunti di piu il quinto, sesto, settimo e ottauo libro. Venice: Aldus.
- Caunedo del Potro, Córdoba de la Llave (2000). El arte del Alguarismo. Un libro castellano de aritmética comercial y de ensayo de moneda del siglo XIV. Ms. 46 De La Real Colegiata De San Isidoro de Leon. Edición y estudio. Salamanca: Junta Castilla y León.
- Cervera, L. (1978). El Códice Vitrubiano hasta sus primeras versiones impresas. Madrid: Instituto de España.
- Cervera, L. (1986). Notas para un estudio sobre la influencia de Vitruvio en el Renacimiento carolingio. *Academia: Boletín. Real Acad. Bellas Artes San Fernando*, 62, 35-58.

- Cetio Faventino, M (1979). Noticia Introductoria. Compendio de Arquitectura. Oviedo: Graficas Summa.
- Charvátová I.; Klokočník J.; Kolmaš J.; Kostelecký J. (2011). Chinese tombs oriented by a compass: evidence from paleomagnetic changes versus the age of tombs. *Studia Geophysica et Geodaetica*, 55.1, 159-74.
- Cilleruelo, L. (1953). Origen del simbolismo del número siete en san Agustín. *La Ciudad de Dios*, 165, 501-511
- Clemente VIII. (1595). Pontificale Romanum Clementis VIII Pont. Max. iussu restitutum atque editum. Romae: Apud Iacobum Lunam : impensis Leonardi Parasoli & Sociorum.
- Columela L. J. M. (1879) Los doce libros de agricultura de Lucio Junio Moderato Columela. Nuevamente impreso con la biografía del autor, por Don Vicente Tinajero. Madrid: Imp. de Miguel Ginesta.
- Cornford, F. Mc. (1937). Plato's cosmology. The Timaeus of Plato. London: Kegan Paul, Trench, Trubner & Co.
- Clagett, M. (1953). The Medieval Latin Translations from the Arabic of the Elements of Euclid, with Special Emphasis on the Versions of Adelard of Bath. *Isis*, 44.1/2, 16-42.
- Cleveland A. (1886). The Ante-Nicene Fathers: Translations of the Writings of the Fathers Down to A.D. 325. Fathers of the third and fourth centuries; Lactantius, Venantius, Asterius, Victorinus, Dionysius, Apostolic teaching and constitutions, homily, and liturgies, Volum 7. Christian Literature Company. Michigan: Wm. B. Eerdmans publishing company Grand Rapids.
- Constant J. M. (2009). Liturgists and Dance in the Twelfth Century: The Witness of John Beleth and Sicard of Cremona. *Church History*. 78.3, 512-548.

- Curtze, M. (1887). *Jordani Nemorarii Geometria vel de triangulis libri IV. Mitteilungen des Copernicus-Vereins zu Thorn* 6.
- Curtze, M. (1897). *Petri Philomeni de Dacia in algorismun vulgarem Johannis de Sacrobosco: Commentarius Petri Philomeni de Dacia ; praefatus est Maximilianus Curtze. Hauniae: Typis Bianci Luno Typogr. Reg. F. Dreyer.*
- Curtze, M. (1902). *Die Liber embadorum des Savasorda in der Übersetzung des Plato von Tivoli. In: Abhandlungen zur Geschichte der Mathematik*, 3-183.
- Daniélou, J. (1960). *Théologie du Judéo-christianisme. París: Desclée.*
- De Alceda, J. (1580). *Libro de geometria, practica y traça: el qual trata de lo tocante al officio de sastre para saber pedir el paño, seda o otra tela que sera menester para mucho genero de vestidos ... y para saber como se an de cortar los tales vestidos, con otros muchos secretos y curiosidades tocantes á este arte compuesto por Joan de Alcega. Impresso en Madrid: En casa de Guillermo Drouy.*
- De la Fuente, V. (2023). El edificio de Foment del Treball Nacional. Interiores de Adolf Florensa y Óscar Lena. *AEM, Dossier*, 4, 210-226
- De San Nicolás, L. (1665). *Segunda parte del arte y vso de architectura. Con el quinto y septimo libros de Euclides traducidos de latín en romance y las medidas dificiles de bouedas y de las superficies y pies cúbicos de pichinas. Con las ordenanzas de la Imperial Ciudad de Toledo aprobadas y confirmadas por la Cesarea Magd. del S. Emperador Carlos V. de gloriosa memoria compuesto por el P. F. Laurencio de San Nicolas agustino descalzo architecto y maestro de obras natural de la muy noble y coronada villa de Madrid. Madrid: s.n.*

- De Young, G. (1991) Al-Hajjāj in the andalusian euclidean tradition: *Islamic Studies*, 30, 1/2, 171-178.
- De Young, G. (2004) The Latin Translation of Euclid's Elements Attributed to Gerard of Cremona in Relation to the Arabic Transmission *Journal for the History of the Exact and Natural Sciences in Islamic Civilisation*, 4, 311-384.
- De Young, G. (2016) The Latin Translation of Euclid's Elements attributed to Adelard of Bath: Relation to the Arabic transmission of al-Hajjāj. In: Proceedings of the Canadian Society for History and Philosophy of Mathematics/ Société canadienne d'histoire et de philosophie des mathématiques, Zack, M., Schlimm, D, (ed). Springer, .1-13.
- Delcor, M. (1987). Les églises romanes et l'origine de leur orientation. *Les Cahiers de Saint-Michel de Cuxa* 18,39-53.
- Denifle, H.; Chatelain, E. (1896). *Inventarium Codicum Manuscriptorum Capituli Dertusensis*. Paris: Apud Aemilium Bouillon, Editorem.
- Dilke, O. A. W. (1967). Illustrations from Roman Surveyors' Manuals. *Imago Mundi*, 21, 9-29.
- Dürer, A (1525) *Underweysung der Messung, mit dem Zirkel und Richtscheyt: in Linien Ebnen vo gantzen Corporen*. Nüremberg: Hieronymus Andreae.
- Erland-Branderburg, A. (1991). Villard de Honnecourt. Cuaderno Siglo XIII. Madrid: Akal.
- Euclides (1482) *Preclarissimus liber elementorum Euclidis perspicacissimi: in artem geometrie incipit quā foelicissime*. Venetiis : Erhard Ratdolt.
- Euclides (1543) *Euclide megarense philosopho: solo introductore delle scientie mathematice: diligentemente reassetato, et alla integrita ridotto per il degno professore di tal scientie*

Nicolo Tartalea, brisciano, secondo le due tradottioni: e per commune commodo & vtilita di latino in volgar tradotto. con vna ampla espositione dello istesso tradottore di nouo aggiunta.... Stampato in Vinegia: per Venturino Roffinelli ad instantia e requisitione de Guilielmo de Monferra, & de Pietro di Facolo da Vinegia libraro, & de Nicolo Tartaglia brisciano tradottore.

Euclides (1574). *Elementorum libri XV; accessit XVI de solidorū regularium cuiuslibet intra quodlibet comparatione: - bomnes perspicuis demonstrationibus, accuratisque scholij-sillustrate Auctore Christoforo Clavio Bambergensi. Romae: Apud Vicentium Accoltum.*

Euclides (1576). Los seis libros primeros de la geometria de Euclides. Traduzidos en lengua española por Rodrigo Çamorano Astrologo y Mathematico y Cathedratico de Cosmographia por su Magestad en la casa de la Contratacion de Seuilla Dirigidos al illustre señor Luciano de Negron, Canonigo de la sancta yglesia de Seuilla. En Seuilla: En casa de Alonso de la Barrera

Finlay, A. H. (1959). Zig-Zag Paths. *The Mathematical Gazette*, 43, 199.

Frankl, P. (1960). *The Gothic: Literary Sources and Interpretations through Eight Centuries*. Princeton, New Jersey: Princeton University Press.

Friedlein, G. (1867). De institutione arithmetica libri duo. De institutione Musica libri quinque. In: Aedibus BG (ed) *Accedit geometria quae fertur Boetii*. Leipzig: Teubneri.

Folkerts, M. (1970). *Boethius Geometrie II: ein mathematisches Lehrbuch des Mittelalters*, Wiesbaden, Franz Steiner, 1970.

Folkers M. (1972). De aritmeticis propositionibus. A Mathematical Treatise Ascribed to the Venerable Bede. En:). *Essays*

Early Medieval Mathematics Folkers (ed) (2003) Hampshire: Ashgate, 22-43

Folkerts, M. (1982). Die Altercatio in der *Geometrie I* des Pseudo-Boethius. Ein Beitrag zur Geometrie in mittelalterlichen Quadrivium. En: *Fachprosa Studien...* Berlin: G. Keil, 84-114.

Folkers M. (1999). Propositiones ad acuendos juvenes. Ascribed to the Venerable Bede. En: *Essays Early Medieval Mathematics*, Folkers, M. (ed) (2003). Hampshire: Ashgate, 273-281.

Folkers, M. (2001). The Names and Forms of the Numeral on the Abacus in the Gerbert Tradition. En. Nuvulone (ed). *Gerberto de Aurillac da Abate di Bobbio un papa dell'anno 1000*: Actas del Congresso Internazionale Bobbio, Auditorium di S. Chiara. 28-30 settembre 2000. Bobbio-Pesaro. Archivum Bobiense. Studia, 4.P. 245-265.

Font, A. (1891). La catedral de Barcelona. Ligeras consideraciones sobre su belleza arquitectónica. Barcelona: Asociación de Arquitectos de Cataluña.

Fuson R.H. (1969). The orientation of Mayan ceremonial centers. *Journal Annals of the Association of American Geographers*, 59.3, 494-512.

Garcia. J. V. (2020). Accessos A L'infinit. Les Portalades Gòtiques Valencianes I La Seva Iconografia. In: *Congrés Internacional Ianua Coeli Portalades Gòtiques La Corona D'aragó Actes Barcelona, 10-11 de desembre, 2012. Institut d'Estudis Catalans*. Español, F; Valero (ed.) Barcelona: Institut d'Estudis Catalans. Amics de l'art romànic, 81-104.

García, M. (1998). La catedral de Tortosa. Aproximación a su ser y a su quehacer. Tortosa: Cooperativa Gráfica Dertosense.

- García, S. (1991). Compendio de arquitectura y simetría de los templos conforme a la medida de cuerpo humano con algunas demostraciones de geometría: año de 1681. Valladolid: Colegio Oficial Arquitectos Valladolid.
- García, V. (1998). *Metafísica de Aristóteles*. Madrid: Editorial Gredos.
- Gauss, C. F. (1801). *Disquisitiones Arithmeticae*. Auctore D. Carolo Federico Gauss. Lipsiae: In Commissis apud Gerh. Fleischer Jun.
- Ghyka, M. C. (1978b). El número de Oro. Ritos y Ritmos Pitagóricos en el desarrollo de la Civilización Occidental. II Los Ritos. Barcelona: Editorial Poseidón.
- Ginebra, P. (1993). Arrels mrdievals de la revolució científica: Gerbert d'Orlhac i la ciència vigatana del segle X *AUSA*, XV.131, 269-282.
- Grimaldi, M. (2015). La ilustración de manuscritos en Tarragona (siglos IX al XIII): el Scriptorium de Santes Creus, y los fondos del Arxiu Històric Arxidiocesà de Tarragona y de la Biblioteca del Arxiu Capitular de la Catedral de Tortosa. En; *Tarragona: Enciclopedia del románico en Catalunya*, Palencia: Fundación Santa María la Real Centro de Estudios del Románico, 77-90.
- Guitarte, Vidal. 1987. Incunables de la biblioteca catedralicia de Tortosa. *Anales Valentinus*, 8, 378-90.
- Guillaumin, J. Y. (2002). Boèce. *De institutione arithmetica* Texte établi et traduit par Jean-Yves Guillaumin. Paris: Les Belles Lettres.
- Guillaumin, J.Y. (2005). Hyginus Gromaticus: Les arpenteurs romains. Tome I : Hygin le Gromaticus. Frontin. Paris : Les Belles Lettres.

- Guillaumin, J.Y. (2015). Le discours des agrimensores latins: caractéristiques et sources, transmission et adaptation. *Studia Philologica Valentina*. 17 n.s. 14, 9-34.
- Halliwell, J. O. (1841). *Rara mathematica; or, A collection of treatises on the mathematics and subjects connected with them, from ancient inedited manuscripts*. Ed. by James Orchard Halliwell London: Published Samuel Maynard.
- Harvey, J. (1972). *The medieval architect*. London: Wayland Publishers London.
- Heath, T. L. (1908) the thirteen books of Euclid's elements 3T. Cambridge: University Press.
- Heath, T. L. (1931). *A Manual of Greek Mathematics*. Oxford, England: Clarendon Press.
- Herrera, J. (1584). *Institucion de la Academia Real Mathematica en Castellano, que la Majestad del Rey Don Phelippe. II./ N. S. mando fundar en su Corte. Dirigida a la C.R.M. del Rey Don Phelippe nuestro Señor*. Madrid: En casa de Guillermo Droy impressor de libros.
- Hogendijk, J. P. (1984). Greek and Arabic Constructions of de Regular Heptagon. *Archive for History of Exact Sciences*, 30.3-4, 197-330.
- Honorio de Autún (1895). *Gemma Animae. Documenta Catholica Omnia. De Scriptoribus Ecclesiae Relatis*. Migne JP. Patrologia Latina. MPL172, Col. 0541 - 0738B.
- Ibarburu, M. E. (1984). Estudio iconográfico de la "Ciudad de Dios" de San Agustín, código 20. *D'Art: Revista del Departament d'Historia de l'Arte*, 10, 93-124.
- Ibarburu, M. E. (1985). Algunos comentarios estilísticos sobre la Ciudad de Dios de San Agustín, Código 20 del Archivo Capítular de Tortosa. *D'Art*, 11, 103-121.

- Isidoro de Sevilla (2004). Etimologías. Edición Bilingüe. Texto Latino, versión española y notas por José Oroz Reta. Madrid: Biblioteca Autores Cristianos.
- Johnson, C. (1975). A Construction for a Regular Heptagon. *The Mathematical Gazette*, 59, 17-21.
- John, B. (1975). Lodestone Compass: Chinese or Olmec Primacy?. *Science*, 189. 4205, 753-760.
- Johnson, W. (1912). Byways in British Archaeology. Cambridge: Cambridge University Press.
- Knapp, AB.; Ashmore, W. 1999. Archaeological landscapes: constructed, conceptualized, ideational. En *Archaeologies of Landscape: contemporary perspectives*. Ashmore, W.; Knapp B. (eds). Oxford: Blackwell Publishing, 1-30.
- Knorr, W. R. 1998. On Archimedes' "Construction of the Regular Heptagon". *Centaurus*, 32. 257-271.
- Knowles. C. (1954) Jean de Vignay, un traducteur du XIVe siècle. *Romania*, 299, 353-383.
- Laborde, A. (1909). *Les manuscrits à peintures de la Cité de Dieu de Saint Augustin*. 3 tomes. Paris: Pour la Société des bibliophiles français, É. Rahir.
- La Roncière, C. (1897). Un inventaire de bord en 1294 et les origines de la navigation hauturière. *Bibliothèque de l'École des Chartes*, 58.1, 394-409.
- Lassus, J. B. (1858). Album de Villard de Honnecourt. Architecte du XIIIe siècle. Paris: Imprimerie impériale.
- Llinarès, A. (1989). Principes et questions de Théologie. De la quadrature et triangulation du cercle. Paris: Éditions du Cerf. *Raiumundus Lullus (1232-1316)*.
- Lisi, F. (1997). Platón Diálogos VI: Filebo, Timeo, Critias. Madrid: Gredos.

- Lluis i Ginovart, J. (2014). La *sciencia theorica speculativa* en la construcción gótica. el promotor eclesiástico de la catedral medieval *Hispania Sacra*, LXVI, Extra I, 7-34.
- Lluis i Ginovart (2016). Traza y fábrica en el gótico meridional. La catedral de Tortosa (1345-1441) *Goya*, 335, 91-107.
- Lluis i Ginovart, J. (2016b). Geometría y traza de escaleras góticas. Las escuadras como ábacos en la construcción de los caracoles de la catedral de Tortosa. *Informes de la Construcción*, 68.541: e132.
- Lluis i Ginovart, J. (2019). Mathematics and the Art and Science of Building Medieval Cathedrals, en *Handbook of the Mathematics of the Arts and Sciences*, Cham: B. Sriraman (ed.), Springer Nature Switzerland AG.
- Lluis, J; Almuni, V. (2011). La clave de la clau. El cierre constructivo del presbiterio gótico. En: Actas del Séptimo Congreso Nacional Historia de la Construcción. Santiago de Compostela. 26-29 de octubre 2011. Madrid: Instituto Juan de Herrera, 733-743.
- Lluis i Ginovart, J., Baiges, I., Alanyà, J. (2015). La Geometría del còdex 80 (s. xii) de la catedral de Tortosa. *Anuario de Estudios Medievales*, 45.2, 803-851
- Lluis i Ginovart, J., Baiges, I., Alanyà, J. (2016). La geometría del còdex 80 (s. xii) de la catedral de Tortosa. Tortosa: Fundació Privada Duran & Martí.
- Lluis i Ginovart, J.; Costa-Jover, A.; Coll-Plà, S. (2015). Placing the keystone of the vault over the presbytery in Tortosa Cathedral, Spain (1428-40). *Construction History* 30.1, 1-20.
- Lluis i Ginovart, J.; Costa-Jover, A.; Coll-Pla, S. (2016). La determinación del concepto de homogeneidad *versus* resistencia en los pilares de una catedral gótica mediante técnicas no invasivas. *Informes de la Construcción*, 68, e155.

- Lluís i Ginovart, J., Fortuny, G., Costa, A., De Sola-Morales, P. (2013). Gothic Construction and the Traça of a Heptagonal Apse: The Problem of the Heptagon. *Nexus Network Journal*, 15, 325-348.
- Lluís i Ginovart, J.; López-Piquer, M.; Coll-Pla, S.; Costa-Jover, A.; Urbano-Lorente, J. (2019). Orientation of the romanesque churches in the region of Val d'Aran, Spain (11th-13th centuries). *Archaeometry* 61.1, 226-241.
- Lluís i Ginovart, J., López-Piquer, M., Urbano-Lorente, J. (2018). Transfer of Mathematical Knowledge for Building Medieval Cathedrals. *Nexus Network Journal* 20, 153-172.
- Lluís i Ginovart, J.; Lluís-Teruel, C. (2023). Incommensurability, the Heptagon of Ignacio Muñoz (1684), and Kepler's Heresy. *The Mathematical Intelligencer*. 45.2, 108-117.
- Lluís i Ginovart, J., Samper, A., Herrera, B., Costa, Coll, S. (2016). Geometry of the Icosikaidigon in Orvieto Cathedral. *Nexus Network Journal*, 18, 419-438.
- Lluís i Ginovart, J., Samper, A., Coll-Pla, S., Costa-Jover, A. (2017). El trazado del icosakaidígono en el *Clypeus* Jupiter-Ammon de Tarragona (S. I) y la faz de Cristo del rosetón de la catedral de Orvieto (S. XIV). *Informes de la Construcción*, 69.545, e173.
- Lluís i Ginovart, J.; Ugalde Blázquez, I.; Lluís Teruel, C. (2021). Gisemundus and the orientation of the romanesque churches in the Spanish Pyrenees (11th -13th centuries). *Mediterranean Archaeology and Archaeometry*, 21.1, 205-214.
- Lluís-Teruel, C. , Lluís i Ginovart, J. (2022). Methodology impositiōe primarii lapidis: the cathedral of Santa Maria de Tortosa. *International Journal of Conservation Science*, 13.1, 95-116.

- Lluís-Teruel, C. , Lluís i Ginovart, J. (2023). El trazado geométrico del ábside del gótico meridional de la catedral de Tortosa *Informes de la Construcción* , 75, 572, e524
- Lluís-Teruel, C., Lluís i Ginovart, J., Ugalde-Blázquez, I., Gómez-Val, R. (2024). The Apse of the Gothic Cathedral of Tortosa versus Augustine of Hippo's Civitate Dei. *Religions*, 15, 943.
- Llull, R. (1907). Libre de Doctrina Pueril del B. Mestre Ramón Llull. Text Original directament trelladat d'un m.s. quatrecentista ab proemi, ilustracions y notes den M. Obrador y Bennassar. Arxiver mallorquí. Barcelona: Gustau Gili, editor.
- López de Arenas, D. (1633). Breve Compendio de la Carpintería de lo blanco y tratado de alarifes. Sevilla: Luis Estupianán.
- Lorenzo de San Nicolás (1633). Arte y uso de la Arquitectura. Dirigida Al Patriarca S. Ioseph. Compuesto por Fr. Laurencio de S Nicolas, Agustino Descalço, Maestro de obras. Madrid: s/n.
- Lundy, M. (1998). Sacerd Geometry. New York: Wooden Books/Walker & Company.
- Martínez A. N. (2002). Cenobios leoneses altomedievales ante la europeización: San Pedro y San Pablo de Montes, Santiago y San Martín de Peñalba y San Miguel de Escalada. *Hispania Sacra*, 54. 109, 87-108
- McCluskey, S.C. (1998). Astronomies and Cultures in Early Medieval Europe. Cambridge: Cambridge University Press.
- Malet, A. (1998). Francesc Santcliment. Summa de l'art d'aritmètica. Introducció, transcripció i notes a cura d'Antoni Malet. Vic: Eumo Editorial.
- Mambelli, F. (2004). Il problema dell'immagine nei commentari allegorici sulla liturgia: Dalla Gemma Animae di Ono-

- rio d'Autun (1120 ca.) al Rationale divinorum officiorum di Durando di Mende (1286-1292). *Studi Medievali*.45.1. 121-158.
- March, J. M. (1916). Miniaturas españolas antiguas. Biblioteca Capitular de Tortosa, Códice núm. 20. *Razón y Fe*. 45, 351-354
- Mathonière. J.M. (2003). L'Ancien compagnonnage germanique des tailleurs de Pierre. En : Fragments d'histoire du Compagnonnage, volume 5, Musée du Compagnonnage, Tours.
- Menéndez, G. (1959). *Los llamados numerals árabes en occidente*. Boletín de la Real Academia de la Historia, 145, 45-116.
- Millàs, J.M. (1931). Assaig d'història de les idees físiques i matemàtiques a la Catalunya medieval, Vol. I, Barcelona: Institució Patxot.
- Millàs, J. M^a. (1931b). Llibre de geometria: hibbur hameixihà uehatixbòret. Barcelona: Alpha.
- Millàs, J. M^a. (1953). El Libro de la “Nova geometría” de Ramón Lull. Barcelona: Ramón Torra. *Raiumundus Lullus* (1232-1316). *Nova et compendiosa Geometria*. (1299).
- Millàs, J.M. (1960). Medición de alturas en tiempo de Don Enrique de Villena. *Boletín de la Real Academia de Buenas Letras de Barcelona*, 28, 179-183.
- Misonne, D. (1963). La législation canoniale de Saint-Ruf d'Avignon à ses origines. Règle de Saint Augustin et coutumier. *Annales du Midi*, 75.64, 471- 489.
- Moreschini C (2003). *Calcidius. Commentario al Timeo di Platone*. Milano: Bonpiani. Il Pensiero Occidentale.
- Mulliachus, Fr. (1867). *Fragmenta Philosophorum Graecorum*. Volumen II. Pythagoreos, Sophistas, Cynicos et Chal-

cidii in priorem Timaei Platonici partem comentarios continens. Paris: Editore Ambrosio Firmin Didot.

Muñoz, I. (1684). Manifiesto geometrico, plus ultra de la geometria practica: addicion al IV libro de los Elementos de Euclides: construccion y demostracion geometrica del triangulo isosceles propio del heptagono regular y descripcion de la misma figura. Bruselas: Francisco Foppens.

Muñoz, I. (1983). Manifiesto geometrico, plus ultra de la geometria practica: addicion al IV libro de los Elementos de Euclides: construccion y demostracion geometrica del triángulo isosceles propio del heptagono regular y descripcion de la misma figura (facsimil). Zaragoza: Juan F. Pons León.

Navarro (2006). Macrobio. Comentario al Sueño de Escipión. Madrid: Editorial Gredos.

Olesti, O. 2017. Héritage et tradition des pratiques agrimensoiriques: l'Ars Gromatica de Gisemundus. *Dialogues d'histoire ancienne*, 43.1, 57-274.

Olleris, A. (1867) .Oeuvres de Gerbert, Pape sous le nom de Sylvestres II collationnées sur les manuscrits, précédées de sa biographie, suivies de notes critiques & historiques. Clermond-Ferrand: F. Thibaud, Impr.-Libr.-Éditeur.

O'Callaghan, R. (188). *Anales de Tortosa.por el Dr. D. Ramon O'Callaghan. Tomo I*. Tortosa: Imprenta Católica de Gabriel Llasat.

O'Callaghan. R. (1887). *Anales de Tortosa. Tomo II*. Tortosa: Imprenta Católica de Gabriel Llasat,

O'Callaghan, R. (1888). *Anales de Tortosa.por el Dr. D. Ramon O'Callaghan. Tomo III*. Tortosa: Imprenta Católica de Gabriel Llasat.

Origen (1954). *Player. Exhortation to Martyrdom Translated and annotated by John O'Meara*. New York: Newman press.

- Orozco, A. (1881). La regla de nuestro gran padre y patriarca San Agustín en latín y castellano, para uso manual de los que la profesan, con una breve declaración de algunos lugares que la necesitan por el R.P. Fr. Alonso de Orozco. Manila: Imp. de los Amigos del País.
- Oroz, J., Casquero, M. A. (2000). San Isidoro de Sevilla. Las Etimologías I. Libros (I-X). Madrid: Biblioteca de Autores Cristianos.
- Pacheco, L. (1600). Libro de las grandezas de la espada, en que se declaran muchos secretos del que compuso el Comendador Geronimo de Carrança : en el qual cada vno se podra licionar y deprender a solas sin tener necesidad de maestro que le enseñe ... compuesto por Luys Pacheco de Naruaez. En Madrid: Por los herederos de Iuan Iñiguez de Lequerica.
- Panofsky, E. (1951). *Gothic Architecture and Scholasticism*. Pennsylvania: Archabbey Press.
- Pardillos, M.T. (2000). El libro de los números atribuido a San Isidoro, Obispo de Sevilla. *Emblemata*, 6, 285-305.
- Pekonen, O. (2000). Gerbert of Aurillac: Mathematician and Pope. *Mathematical Intelligencer*. 22.4, 67-70.
- Pelerin, J. 1505. De artificiali perspectiva. Viator. Tulli: Petri Iacobi
- Pellos, F. (1492). La art de arithmetica et semblantment de ieumetria dich ho nominatus Compendion de loabaco, Turín: Nicolo Benedeti y Jacobino Suigo de Sancto.
- Pérez J; Pérez V. (2018). La orientación de las iglesias mozárabes. *España Medieval*, 41, 171-19.
- Pez, B. (1853). SS Silvester II. Geometria [0999-1003]. Patrologia Latina Vol. 139. MPL139.
- Pladevall, A. (1999). Entorn de l'estada de Gerber a Catalunya (967-970). L'existència de biblioteques privades perdudes.

- En: *Actes del Congrés Internacional. Gerbert d'Orlhac i el seu Temps: Catalunya i Europa a la fi del mil·lenni*. Vic-Ripoll: Eumo Editorial, 651-663.
- Portet, P. (2004). *Bertrand Boysset, la vie et les oeuvres techniques d'un arpenteur médiéval (v. 1355- v. 1416)*. Paris: Éditions Le Manuscrit.
- Puigarnau, A. (2023). Ernst Kantorowicz's Synthronos: New Perspectives on Medieval Charisma. *Religions* 1, 914.
- Puig i Cadafalch, J. (1923). El problema de la transformació de la catedral del nord importada a Catalunya: contri-bució a l'estudi de l'arquitectura gòtica meridional. Miscel·lània Partas de la Riba. Barcelona: Institut d'Estudis Catalans.
- Rabano Mauro. (1864). De Universo Libri Viginti Duo. Documenta Catholica Omnia. De Scriptoribus Ecclesiae Relatis. Migne JP. Patrologia Latina, MPL111, Col. 0009 - 0614B.
- Ramelli, I. (2001) Marziano Capella. Le Nozze di Filologia e Mercurio. Testo latino a fronte. Introduzione, traduzione, comentario e appendici di Ilaria Ramelli. Milano: Bompiani. Il pensiero occidentale.
- Rashed, R. (1976). Ibn al-Haytham's construction of the regular heptagon. *Journal Historical Arabic Science*. 3.2: 387-409.
- Raynaud, D, (2015). La construction des polygones réguliers au XVIII^e siècle : ingénieurs et mathématiciens. En D. Raynaud (ed), *Géométrie pratique, ingénieurs et architectes XVI^e-XVIII^e siècle*, Raynaud D.(ed). Besançon: Presses universitaires de Franche-Comté, 61-81
- Rechet, R. (1980). La Loge et le soi-disant 'secret' des bâtisseurs de cathédrales. *Histoire et archéologie*, 47, 8-23.
- Reveyron, N. (2003). Architecture, liturgie et organisation de l'espace ecclésial. Essai sur la notion d'espace dans

- l'architecture religieuse du Moyen Âge. *Les cahiers de Saint-Michel de Cuxa*, 34, 161-175.
- Riché P., Callu J. (1993). Gerbert d'Aurillac. Correspondance. Tome I, II. Paris: Les Belles Lettres.
- Ritschl, F. (1877). Kleine Pilologische Schriften. Fritter Band: Zur Roemischen Litteratur. Leipzig: Druk und von B.G. Teubner.
- Rojas, C. (1598). Teorica y practica de fortificacion, conforme las medidas y defensas destos tiempos, repartida en tres partes. Madrid: Luis Sanchez.
- Romano G. (1997). Deviazioni negli orientamenti del tipo "Sol Aequinoctialis". *Memorie della Società Astronomia Italiana*, 68, 723-729.
- Rossi, A. 2012. Form Drawig to Techical Drawing. *Nexus Netw Journal Architecture and Mathematics*, 14, 135-139.
- Rossi, G. (1877). Groma e Squadro ovvero storia dell'agrimensura italiana dai tempi antichi al secolo XVII. Torino : Ermanno Loescher
- Roth A. (1996). Modalités pratiques d'implantation des cadastres romains : quelques aspects (Quintarios Claudere. Perpendere. Cultellare. Varare : la construction des cadastres sur une diagonale et ses traces dans le Corpus agrimensorum. *Mélanges de l'école française de Rome*. 108.1, 299-422.
- Rubio' i Lluch, A., Rubio' i Balaguer, J. (1914). La Biblioteca del Capítol Catedral de Tortosa. *Anuari de l'Institut d'Estudis Catalans* Any, V.II, 745-757.
- Ruiz de la Rosa, J. A. (2005). Fuentes para el estudio de la geometría fabrorum. Análisis de documentos. En : *Actas del Cuarto Congreso Nacional de Historia de la Construcción, Cádiz, 27-29 enero 2005*. Madrid: Instituto. Juan de Herrera, 1001-1008.

Ryff, W. H. (1547). Der furnembsten, notwendigsten, der gantzen Architectur angehörigen mathematischen vnd mechanischen Künst eygentlicher Bericht : vnd vast klare, verstendliche Vnterrichtung, zu rechtem Verstandt der Lehr Vitruuij, in drey furneme Bücher abgetheilet : als, Der newen Perspectiua ... : der Geometrischen Büxenmeisterey, vnd Geometrischen Messung. Nürnberg: Johann Petreius

Sagredo, D. (1526). Medidas del Romano: necessarias a los oficiales que quieren seguir las formaciones de las Basas Columnas, Capiteles y otras pieças de los edificios antiguos. Toledo: Remon de Petras.

Sánchez, F. M. (1982). Martín de Solórzano: la influencia de Santo Tomás de Ávila en los proyectos constructivos de la Catedral de Coria. *Norba Arte*, 3, 63-76.

Sánchez, M.A. (2002) Boecio Institutio Arithmetica. Fundamentos de Aritmética. Estudio, edición y traducción María Asunción Sánchez Manzano. León: Universidad de León.

Sassin, A. (2016). Church Orientation in the Landscape: A Perspective from Medieval Wales. *Archaeological Journal*, 173.1, 154-187.

Schoene, H. (1903). Heronis Alexandrini opera quae supersunt omnia. Vol III: Rationes dimetiendi et commentatio dioptrica. Leipzig: Teubner.

Sebastián S. (1994). Mensaje Simbólico del Arte Medieval. Arquitectura, Liturgia e Iconografía. Madrid: Ediciones Encuentro.

Sebregondi, G. C.; Schofield, R. (2016). First Principles: Gabriele Stornaloco and Milan Cathedral. *Architectural History*, 56: 63-132.

- Serlio, S. (1545). Il Primo libro d'architettura di Sebastiano Serlio, bolognese; Il Secondo libro di prospettiva di Sebastiano Serlio bolognese.. París: Jean Barbé.
- Sicardo de Cremona (1855). De Mitrali Seu Tractatus De Officiis Ecclesiasticis. Documenta Catholica Omnia. De Scriptoribus Ecclesiae Relatis. Migne JP. Patrologia Latina. MPL213, Col. 0011- 0011.
- Silberberg, M. (1895). Sefer Ha-Mispar. Das Buch der Zahl, ein habräisch-Werk arithmetisches Werk des R. Abraham ibn Esra. Dr. Moritz Silberberg. Frankfurt a M: J. Kauffmann.
- Schuler, S. (1999). Vitruv im Mittelalter: die Rezeption von "De architectura" von der Antike bis in die frühe *Neuzeit* Köln: Böhlau,
- Simson, O.G. (1952). The Gothic Cathedral: Design and Meaning. *Journal of the Society of Architectural Historians*, 11. 3, 6-16.
- Simson, O.G. (1956). The Gothic Cathedral: the origins of Gothic Architecture and the Medieval Concept of Order. New York and Evanston: Harper&Row.
- Smith; Karpinski (1911). The hindu-arabic numerals. Boston and London: Ginn and company, publishers.
- Spinazzè, E. (2016). The alignment of medieval churches in northern-central Italy and in the Alps and the path of light inside the church on the patron saint's day. *Mediterranean Archaeology and Archaeometry*, 16.4, 455-463.
- Stal, W. H. (1990). Macrobius Commentary on the Dream of Scipio. Translated with an Introduction and Notes by William Harris Stal. New York : Columbia University Press.
- Toneatto, L. (1995). Codices artis mensoriae. I manoscritti degli antichi opuscoli latini d'agrimensura (V-XIX sec.). Spoleto: Centro Italiano di studi sull'alto medioevo

- Toneatto, L. (1982). Note sulla tradizione del Corpus Agrimensorum Romanorum. I Contenuti e struttura dell'Ars Gromatica de Gisemundus (IX sec.) *Mélanges de l'école française de Rome Année* 94.1, 191-313.
- Toneatto, L. (1995). *Codices artis mensoriae. I manoscritti degli antichi opuscoli latini d'agrimensura (V-XIX sec.)*. Spoleto: Centro Italiano di studi sull'alto medioevo.
- Toomer, G. J. (1984) Ptolemy's Almagest. Translated and annotated by G.J. Toomer. With a foreword by Owen Gingerich. London: Duckworth.
- Torrents, R. (1999). La peregrinatio academica de Gerbert d'Orlhac (Silvestre II). En: *Actes del Congrès Internacional. Gerbert d'Orlhac i el seu Temps: Catalunya i Europa a la fi del mil·lenni*. Vic-Ripoll: Eumo Editorial, 13-16.
- Tosca, Tomas Vicente. 1712. *Compendio mathematico*. Tomo V, Que comprehende Architectura civil, montea, y canteria, arquitectura militar, pirotechnia, y artilleria. Valencia: Antonio Bordazar.
- Trottmann, C. (2015). Science, sagesse et jouissance, d'Augustin à Charles de Bovelles. *Quaestio*, 15, 805-816.
- Tuker, M. A. R; Malleson H. (1900). *Handbook to christian and ecclesiastical Rome*. Part I. The christian monuments of Rome. London: Adam and Charles Black.
- Thulin, C. (1911). *Die Handschriften des Corpus agrimensorum Romanorum*. Berlin: Akademie der Wissenschaften.
- Thulin, C. (1913). *Corpus Agrimensorum Romanorum*. Lipsiae: In aedibus B.G. Teubneri
- Valla, G. (1501). *De expetendis et fugiendis rebus*. Venetiis: Impr. Aldo Manuce.

- Vandevyvere, H. (2001). Gothic Town Halls in and around Flanders, 1350-1550: a Geometrical Analysis. *Nexus Network Journal*. 3.2, 59-84.
- Viète, F. (1646). Francisci Vietae opera mathematica in unum volumen congesta ac recognita, operâ atque studio Francisci à Schooten. Leiden: Bonaventurae y Abrahami Elzeviriorum.
- Viète, F. (1696). Francisci Vietae Opera Mathematica. In unum Volumen congesta ac recognita. Lugduni Batavorum: Ex Officina Bonaventurae & Abrahami Elzeviriorum.
- Villegas, S. (2005). Anicio Manlio Torquato Severino Boecio. Tratado de Música. Madrid: Ediciones Clásicas.
- Visconti, P. E. (1840). Lettera di Raffaello d'Urbino a papa Leone X. Raffaello Sanzio. Roma: Tipografia delle scienze
- Vitruvio, M. (1511). M. Vitruvius per Iocundum solito castigatior factus, cum figuris et tabula, ut iam legi et intelligi potest. Venecia: Tacuino.
- Vitruvio, M. (1521). *Di Lucio Vitruvio Pollione de Architectura libri dece traducti di latino in Vulgare affigurati: Comentati & con mirando ordine insigniti*. Como: Gotardo da Ponte.
- Vogel, C. (1962). Sol aequinoctialis. Problemes et technique de l'orientation dans le cultura chretien. *Revue Sciences Religieuses*, 36, 175-211.
- Voragine, J. (1999). Santiago de la VoráGINE. La leyenda dorada, 1 Traducción del latín: Fray José Manuel Macías. Madrid: Alianza Editorial, S. A.
- Wantzel, M. L (1837). «Recherches sur les moyens de reconnaître si un Problème de Géométrie peut se résoudre avec la règle et le compas». *Journal de Mathématiques Pures et Appliquées*, 1.2, 366-372.

- Waszink, J.H., 1975. Plato Latinus. IV. Timaeus, a Calcidio translatus commentarioque instructus, edit J.H. Waszink, editio altera, Londinii, Leidae: En aedibus Instituti Warburgiani.
- Widman, J. (1489). Behende und hubsche Rechnung auff allen kauffmanschafft. Leipzig: Conradus Kacheloffen
- Willis, J. (1970). Macrobius. Comentariorum In Somnium Scipionis. Stugar-Leipzig: B.G. Teubner.
- Wissell, R. (1942): Die Regensburger Hüttenordnung von 1459. Die *älteste* Ordnung des großen Hüttenbundes der Steinmetzen von 1459 (nach der Thanner Handschrift). *Zeitschrift für die Geschichte des Oberrheins* 55. 1, 51–133
- Woepcke, M. F. (1855) Recherches sur l'histoire des Sciences mathématiques chez les orientaux, d'après des traités inédits Arabes et Persans. Deuxième siècle. Analyse et extrait d'un recueil de constructions géométriques par Abûl Wafa. *Journal asiatique*. Février-Avril. V: 218–256: 309–359.
- Worringer, W. (1911). Formprobleme der Gotik. München: Piper Verlag.
- Zapata, A. Lyra, F. Herrera, J. Popma, A. (1632). *Novus Index Librorum Prohibitorum et Expurgatorum*. Hispali: Ex Typographico Francisci de Lyra.
- Zaragoza, J. (1672). Geometria practica Euclidis: problemata continens, Matriti, apud Bernardum à Villa-Diego.

2. Manuscritos

- Ms. 457 (c. 1598- 1608). Biblioteca Central Militar, Madrid, Ing. 6-12-14.
- Ms./8884. (c.1681-1683). BNE. Compendio de arquitectura y simetría de los templos: conforme a la medida del cuerpo hu-

mano, con algunas demostraciones de geometría / recoxido de dibersos autores naturales y estrangeros por Simón Garçía, architecto natural de Salamanca. PID. bdh0000042291

Ms 9285 (c.1600) BNE. Textos de los quince libros de los Elementos de Euclides romanceados por Rodrigo de Porras. PID. Dbdh0000096128.

Ms. Res/2 (c. 1401-1500). BNE. Tratado de astrología. *Inc.: Alano, dotor famoso e poeta speculativo. Exp.: e su declinacion de noventa grados en esta (sic) dos figuras vet* PID. bdh0000049847.

Barcelona 13 diciembre 2024, Santa Llúcia



Discurso de contestación

Excmo. Sr. Dr. Juan Trías de Bes

❧ 1. LAUDATIO

Excmo. Sr. Presidente,
Ilustrísimas Autoridades,
Excmos. Señores Académicos,
Señoras y Señores,

Quiero comenzar agradeciendo al presidente de la Real Academia Europea de Doctores, Excmo. Dr. Alfredo Rocafort y a los estimados miembros de la Junta Directiva por el honor que se me ha concedido con el encargo de responder al discurso de ingreso del Dr. Josep Lluís i Ginovart, a quien tengo el privilegio de conocer desde hace años.

Recuerdo nítidamente nuestro primer encuentro. En setiembre de 2016, el Dr. Lluís i Ginovart había sido recién nombrado director de la *School of Architecture de la UIC Barcelona*, y me convocó a una reunión para evaluar el Área de Proyectos. Recuerdo de aquel encuentro la consciencia de la responsabilidad adquirida, así como del reto de elevar el posicionamiento de la *School of Architecture*, como así fue. Fueron años de trabajo intenso que pudieron llevarse a cabo con éxito gracias a su vocación docente y científica, pero, sobre todo, por su dimensión humana, que le proporcionó un liderazgo incuestionable entre el profesorado. Con los años, nuestra amistad profesional se extendió a la personal, circunstancia que no me impidió mantener la objetividad necesaria para proponerle como académico de esta corporación.

No es difícil suponer que su origen tortosino pudiera haber orientado su vocación de arquitecto. Tal vez pudo influir la

luz mediterránea que en aquellas latitudes ya empieza a incidir con calidez levantina; o el paisaje de la ribera del Ebro, con su amplio caudal, que delimita el trazado del casco urbano de Tortosa; o quizás, sus horas de juego en el patio del claustro renacentista del colegio *St. Lluís Gonzaga* - “*dels Reials Col·legis*” con sus geometrías pétreas y armoniosas de las arquitecturas de antaño. También podrían haber inclinado sus preferencias los oficios de sus padres; dedicados a la construcción y a la confección, respectivamente. Condiciones que podrían suscitar el interés por lo artesanal, lo modelado, lo manufacturado, en definitiva, por el oficio.

Fueren estas razones u otras circunstancias, es indudable que Josep Lluís sabe transmitir el interés que ofrece la Arquitectura a través del conocimiento de aquellos procedimientos constructivos que requerían de un largo aprendizaje, maestría y técnicas, ocultos tras las sillerías de las imponentes catedrales que nos acogen.

Arquitecto por la *ETSAB de la UPC* (1982) y Doctor arquitecto por la *ETSARQ de la UIC* (2002), el Dr. Lluís i Ginovart encarna de manera paradigmática a aquellos académicos que se destilan a través de la actividad profesional.

Como él mismo describe, su trayectoria científica se produce como trasvase desde la experiencia profesional en el ámbito de la restauración e intervención del patrimonio arquitectónico, ejercida a lo largo de 40 años desde sus estudios de arquitectura de Barcelona y Tortosa, proyectándose hacia el mundo de la Universidad.

En la trayectoria profesional con casi mil expedientes en su despacho, destacan proyectos como el Plan Director de la Catedral de Tortosa (1995-2000), dentro del Plan Nacional de Catedra-

les, el Catálogo de edificios y conjuntos urbanos y rurales de la ciudad y municipio de Tortosa (2000-2005) o el Plan director del Palacio episcopal de la misma ciudad (2010-2012), dirigiendo en todos ellos equipos pluridisciplinarios. Su obra ha sido reconocida en la Guía de l'Arquitectura Catalana Moderna i Contemporània, catalogada como BIPCC dentro de Llei 9/1993 del Patrimoni Cultural Català. Ha ejercido como Magister operis sedis Detrosae en la Seo de Tortosa desde (1994-2016).

Ha sido Bibliotecario (1984-1988) y después Presidente (1988-1992), de la Delegació del Col·legi d'Arquitectes de Catalunya en la Delegació de Tortosa. Así como Tesorero del Col·legi d'Arquitectes de Catalunya de la Demarcació de Tarragona (1990-1992).

Fue miembro de la Comissió Territorial del Patrimoni Cultural. Departament de Cultura de la Generalitat de Catalunya en los periodos (1994-1997) y (2006-2009).

Miembro de la Associació d'Arquitectes Urbanistes de Catalunya desde 1994 y de la Sociedad Española de Historiadores de la Construcción desde 2009.

Miembro Fundador de la Comissió d'Imatge i Disseny de Tortosa (1987-1989), del Consell Consultiu del Casc Antic de Tortosa OCA (2004-2016) y del Consell Assessor del Museu Històric i Arqueològic de Tortosa entre (2013-2022).

También perteneció al Consell Consultiu del Patrimoni Artístic (2003-2020) y a la Comissió d'Assumptes Econòmics (2000-2020) del Bisbat de Tortosa.

Aunque su actividad docente se remonta a su origen de Tortosa en la Escuela de Artes y Oficios de la Diputació de Tarra-

gonia (1988-1993), no es hasta 2001 en el que se inicia en el ámbito universitario; concretamente, en la Escola Universitària de Ciències Experimentals i Tecnològiques de Tortosa, de la Universidad Internacional de Cataluña (2001-2005). Posteriormente, lo hará en la Escuela de Arquitectura de la Universidad Rovira i Virgili (2005-2016). Allí como profesor Agregado siendo el responsable de las nuevas asignaturas sobre patrimonio arquitectónico e intervención monumental. En esta misma Universidad asumió la dirección del Departamento de Arquitectura desde 2014 hasta 2016. Y en este mismo año es nombrado director de la School of Architecture UIC Barcelona, cargo que ejerce hasta 2022, obteniendo en 2017 en esta misma universidad la plaza de catedrático de Restauración de Patrimonio Arquitectónico, en el Área de Proyectos Arquitectónicos.

En la actividad investigadora, el Dr. Lluís ha desempeñado una intensa trayectoria. Ha sido Investigador activo desde 2010, y director de varios grupos de investigación. En la actualidad dirige como Investigador Principal el reconocido “*Architectural Heritage Research*”.

Su labor de investigación se basa en una experiencia profesional contrastada, vinculada a los edificios históricos de carácter patrimonial, desde la óptica de la protección e intervención en el patrimonio edificado; tomando como base los elementos que configuran la genética de los edificios históricos, esencialmente la geometría y la forma constructiva. Por ello, obtuvo la mención del European Prize Architectural Heritage Intervention (AHI). Protection and Intervention in Architecture in the United States (2017)

El Dr. Lluís ha realizado múltiples proyectos de transferencia de tecnología con la Fundación de la Universidad Rovira i Vir-

gili. Ha participado en más de 50 proyectos de investigación, colaborando con las principales instituciones del país, como el *Ministerio de Educación y Cultura o el Departamento de Cultura de la Generalitat de Catalunya*, elaborando numerosos proyectos sobre edificios declarados Patrimonio Mundial y Bienes Culturales de Interés Nacional.

En cuanto a su actividad divulgadora, ha publicado sesenta y ocho artículos indexados, y decenas de artículos en revistas profesionales y de investigación. Entre las nacionales destacan: EGA Expresión Gráfica Arquitectónica, Informes de la Construcción, Quintana, Asclepio, Arqueología y Territorio Medieval, Goya, Anuario Estudios Medievales, Hispania Sacra, Archivo Español de Arte, Quaderns d'Arquitectura o Arqueologia de la Arquitectura. Y entre las revistas Internacionales; Architecture and Design Review, Mediterranean Archaeology and Archaeometry, Revista de Ingenieria de la Construcción, European Journal of Science and Theology, Nexus Network, Journal Architecture and Mathematics, REVISTARQUIS, Revista Apuntes, International Journal of Conservation Science, International Journal of the Construction History, Religions, The Mathematical Intelligencer, Archaeometry, Journal of Cultural Heritage, Fort., Structural Studies, Repairs and Maintenance of Heritage Architecture, Revista de la Construcción, Journal of Architectural Conservation.

Dentro del campo de la divulgación científica es miembro del consejo editorial del *International Journal of Heritage Architecture* del Reino Unido, del consejo del *Journal of Architecture Research and Development* de Australia y del *International Journal of Mathematics and Systems Science* de Estados Unidos.

Ha participado en treinta y dos Congresos Nacionales e Internacionales y pertenece a alguno de sus comités científicos

como: El Congreso Nacional de Historia de la Construcción, el International Conference on Structural Analysis of Historical Constructions, el International Congress on Construction History, el Euro-American Congress Construction Pathology, el Rehabilitation Technology and Heritage Management, el International Congress of ICOFOR, el International Conference on Structural Repairs and Maintenance of Heritage Architecture, el International Conference on Heritage and Sustainable Development, y el Construction History Society en el Queen's Collage de Cambridge.

Ha publicado 26 libros entre los que destacan a nivel internacional títulos como: “Scientific Knowledge of Spanish Military Engineers in the Seventeenth Century” (2018) y “Mathematics and the Art and Science of Building Medieval Cathedrals” (2019).

En cuanto a los reconocimientos y distinciones por su labor de intervención en el patrimonio arquitectónico, en 2012 el Papa Benedicto XVI le concedió la Gran Cruz “*Pro Ecclesia et Pontifice*”, y en 2017 obtiene la medalla de oro “*Foro Europeo Cum Laude*”. En 2020 fue incluido en el *International Scientific Committee on Fortifications and Military Heritage* de ICOMOS de la UNESCO sobre Fortificaciones y Patrimonio Militar.

Concluyo este primer apartado dedicado a la trayectoria del Dr. Lluís con lo que considero como su mejor haber y activo personal. Me refiero a su familia. Los logros adquiridos expuestos en este “laudatio” no pueden desvincularse de su familia más cercana. Josep Lluís ha tenido la inmensa fortuna de compartir su vida con Pilar Teruel que, haciendo honor a su nombre, ha significado el apoyo fundamental que les ha permitido conciliar una vida profesional y familiar; Con ellos, sus hijos, Martí y Cinta, pueden dar testimonio de esta plenitud vital.

- Sobre el discurso de Ingreso

Bajo el título “*Practica Geometriae*”, el Dr. Lluís nos ofrece un doble manifiesto:

Por una parte, expone aspectos geométricos en torno a las cuestiones técnicas sobre las que se fundamentan las construcciones catedralicias. Pero al mismo tiempo, es una muestra de su personalidad intelectual; aquella que bascula entre el conocimiento de la historia de la Arquitectura y su praxis profesional en la restauración del patrimonio arquitectónico.

El recipiendario proporciona a esta corporación un valioso documento tanto por la calidad de la vertebración de temáticas en torno a las construcciones catedralicias, como por la cantidad de reseñas bibliográficas. Ante la imposibilidad de una cuantificación exacta, me atrevo a decir que hay cerca de un millar de referencias entre tratados, códices, ensayos y artículos científicos. Una abrumadora muestra de su capacidad de trabajo, y de su pasión por la Arquitectura. El discurso que nos ha brindado es fruto de un profundo conocimiento forjado durante años; al mismo tiempo que manifiesta una generosidad intelectual por el esfuerzo y dedicación con el motivo de su ingreso.

El discurso está estructurado a través de capítulos que hilvanan un precioso relato que, partiendo de la idea de la relevancia de la geometría aplicada, llega al final de sus párrafos a la clave de bóveda de la catedral de Tortosa. Así, de manera figurada, hace converger la imagen de la culminación de la catedral con la de su discurso; proponiendo una analogía poética entre el acto culminante de la construcción y la de su ingreso en esta Academia.

Reconociendo en los primeros compases la transversalidad de esta corporación, el Dr. Lluís revisa la relevancia de la geometría a través de figuras como *Ramón Llull*, *Enrique de Aragón* o *Leonardo da Vinci*, en disciplinas como la Astrología, la Anatomía, la Física, la Mecánica, la Música, el Patronaje textil y, por supuesto, la Arquitectura. Con estas alusiones al interés general de la geometría, justifica perspicazmente la idoneidad de su discurso de ingreso en esta corporación destacada por su transversalidad; un detalle que muestra la sensibilidad de nuestro nuevo compañero.

En el capítulo dedicado a la definición etimológica de la geometría, nos ofrece el amplio espectro entre la percepción del mundo y la necesidad de su medida. En su misma definición etimológica, “Geo-metría” indica la medida de la tierra, es decir, del espacio que ocupamos. Las referencias del discurso a los “Elementa de Euclides”, como el libro más editado y traducido después que la biblia, según indica el Dr. Lluís, se presentan como el referente sobre el que se despliega la transmisión de este conocimiento desde la cultura griega hasta el Renacimiento.

En el relato de la práctica geométrica destaca la asociación entre la proporción y la belleza como atributos que nos aproximan a lo divino. La geometría adquiere, así, una dimensión como instrumento de “*elevación del espíritu hacia Dios*”. Aspiración de la manifestación divina en el mundo físico anclado en figuras como Agustín de Hipona (san Agustín), Ramón LLull y en otros referentes de la Europa de las catedrales.

La dimensión divina de los números y de las proporciones conduce a la inconmensurabilidad manifestada en la geometría. En esta tesitura aparece el trazado imposible del “heptágono” como figura que representa los 7 días de la creación del mundo.

El discurso nos descubre multitud de geómetras que trataron de revelar el enigma del polígono de siete lados. Arquímedes, Fray Ignacio Muñoz o el mismo Kepler son algunas de las figuras referidas.

Como si de un relato lineal se tratara, aparece la catedral de Tortosa asociada a su ábside de siete lados; respondiendo a la regla canónica agustiniana. Asombra la lectura de estos fragmentos del discurso por la erudición de las fuentes que señala el recipiendario; una extensa noción del conocimiento de la “*practica geometriae*” al que pudieron tener acceso los canónigos en los albores de la construcción de la catedral de Tortosa, hacia 1345.

Como complemento de los trazados geométricos surge la de la orientación de los edificios sacros; una cuestión que vuelve a conjugar lo terrenal y lo trascendente. La precisión de los trazados en la orientación de los edificios en virtud del movimiento del sol se nos muestra como un acto fundacional que entronca con tradiciones edilicias ancestrales de las primeras civilizaciones.

Finalmente, el discurso ofrece una cronología de la construcción de la catedral analizando la metrología de los trazados y replanteos; envolviendo la catedral románica preexistente. Construcción que culmina con la pieza clave del presbiterio con la iconografía de la coronación de la virgen. La historia de la geometría y la práctica de sus constructores encuentran figuradamente la sublimación en la colocación de este pequeño, pero singular elemento. Así, la última pieza de la finalización del ábside también lo es de su discurso. Un precioso relato que solo puede ser realmente finalizado con una obligada visita a Tortosa para que el Dr. Josep Lluís nos deleite con sus detalles.

- Sobre el interés del discurso de Ingreso.

Pudiera parecer que el discurso de ingreso formula cuestiones de estricto interés para el conocimiento de la arquitectura clásica. Todo lo contrario. Al abordar aspectos trascendentes de la arquitectura construida, nos remite a cuestiones atemporales de permanente interés. A medida que, el que contesta a este discurso, avanzaba en la lectura, se sentía crecientemente interpelado por la actualidad que suscitaban sus contenidos.

La concatenación de capítulos traza un recorrido que parte de la noción del espacio, abordando seguidamente su representación y, finalmente, su materialización. El texto, pues, revela la esencia de la tarea creativa del arquitecto: **Concepción, Trazado y Construcción**. Se trata de una triada invariable a pesar del transcurso del tiempo y de los avances tecnológicos y digitales. **Imaginar, representar y materializar** son la secuencia inexorable de cualquier construcción arquitectónica. Precisamente, en base a esta triada, he creído adecuado responder al discurso de ingreso poniendo de relieve aspectos de interés vigente que se destilan de la “*Practica Geometriae*” que el Dr. Lluís nos ha brindado.

- Sobre la Concepción del Espacio:

La referencia al “*Elementa de Euclides*” desde los primeros párrafos declara la importancia de lo que denominamos “modelos espaciales”. La comprensión del espacio no es un asunto estático a lo largo del tiempo.

El ser humano se relaciona con el espacio de manera evolutiva. Mucho antes que cualquier construcción para proveernos de protección frente a las amenazas de la naturaleza, nuestros ancestros ocuparon cavidades geológicas como grutas, cuevas o

cavernas. De hecho, una de las primeras realizaciones “arquitectónicas” conocidas fueron unas cavidades trogloditas situadas en China, que fueron mostradas por Bernard Rudofsky en la famosa exposición “Architecture without Architects” en el MOMA de New York en 1964. Unos yacimientos que consisten en una serie de cavidades cúbicas de unos 9 metros excavadas en una planicie semidesértica. Así, con toda probabilidad, el primer imaginario espacial del ser humano fue, sencillamente, un vacío geológico.

En la Grecia clásica, Aristóteles definía el espacio como la superficie que lo envuelve, mientras que Euclides lo redujo a una serie de postulados matemáticos que más tarde serían retomados por Descartes - lo que conocemos como espacio cartesiano. Emmanuel Kant, y posteriormente, Einstein reconocían que nuestra forma natural de relacionarnos con el espacio es la geometría euclídea. Pero éste solamente es preciso para la escala humana más próxima, ya que no es aplicable para medir las superficies esféricas como la de nuestro planeta, en el que la distancia más corta entre dos puntos distantes no es una recta, sino una curva.

En la historia de la humanidad, se reconocen algunos acontecimientos decisivos que influyeron en la evolución de la comprensión del espacio en la Arquitectura: Uno de ellos acontece a finales del siglo XV, al demostrarse la circunvalación terráquea. El descubrimiento de América significa el hito en el que la percepción del mundo ya no es absoluta. En el contexto de la filosofía estética, el siglo XVI abre una era, en cierto modo relativista, en la que la concepción del espacio arquitectónico del Barroco desarrolla de manera exuberante la tridimensionalidad.

Otro momento histórico, relatado por el historiador Paul Johnson en su magnífico ensayo “*Tiempos Modernos*”, estaría aso-

ciado a las fotografías de un eclipse solar, tomadas en 1919 por Arthur Eddington en la isla del Príncipe, frente al África Occidental, que confirmaron la verdad de una nueva teoría del universo. La teoría de la relatividad de Einstein inaugura un mundo relativista en el que el tiempo y el espacio ya no son absolutos. Con ello, a principios del siglo XX el arte abstracto y la arquitectura de las vanguardias se abren paso aceleradamente entre al arte figurativo y el academicismo arquitectónico.

Como nos ha mostrado el Dr. Lluís en su discurso, el tiempo de las catedrales acontece en un período fuertemente marcado por las reglas canónicas, en el que la Arquitectura estuvo al servicio de una noción Teo-centrista del mundo, determinado por la doble axialidad del espacio (lo vertical y lo horizontal dispuestos de manera monofocal). En donde, por la aspiración a la elevación del espíritu hacia Dios, la técnica constructiva del gótico alcanza el esplendor de lo sublime.

- Sobre la Representación del Espacio:

El ser humano, desde sus orígenes, necesita denominar y medir la realidad que le rodea. Las especies de la naturaleza y el control del espacio deben ser definidos y delimitados para asegurar su posición en el mundo.

En su *Tractatus Lógico-Philosófico*, Wittgenstein afirma que no se puede comunicar lo que no se puede representar. El ser humano crea el lenguaje como instrumento para transmitir cualquier idea. Sin lenguaje no hay transmisión de conocimiento. Es más, el tratado de Wittgenstein establece que cualquier tipo de expresión hablada, escrita o gráfica es solamente mera representación de la realidad. Gadamer llegó a afirmar: *“El ser al que puede entenderse es el lenguaje”*.

La representación gráfica es un avance formidable que ha influido en la evolución de la comprensión del espacio a lo largo de la historia de la Arquitectura. Por ejemplo, la aparición de la proyección cónica, lo que denominamos “perspectiva”, determina una nueva manera de organizar el espacio. La representación y la observación de la obra construida convergen. En el Renacimiento se construye lo que se traza idealmente en el sistema de representación de la perspectiva.

La construcción catedralicia que hoy nos ha mostrado el Dr. Lluís se desarrolla en lo que podría denominarse una representación euclídea expresada mediante la proyección ortogonal diédrica. Un sistema que permite representar de manera abstracta tanto el replanteo geométrico sobre el terreno, como el despliegue que adoptarán los nervios de las columnas hasta transformarse en bóvedas.

- Sobre la Construcción del Espacio:

El acto de producir recibía en Grecia la denominación de “*poiesis*”; que se refería a la producción que emanaba de trabajar la materia, generando un producto humano -una naturaleza paralela. La “*poiesis*”, término griego que deviene en “*poesía*”, se asociaba a la belleza, al arte. Así, la producción y el arte estaban estrechamente asociados a través de los oficios.

Hoy en día, los arquitectos e ingenieros contamos con sistemas digitales de representación gráfica, que a su vez son capaces de conectarse con los sistemas de producción industrializada y robotizada; por lo que los mecanismos de producción guardan cada vez más distancia con la puesta en escena de la construcción. El oficio ha sido sustituido por el procedimiento, quedando alejado de aquel tiempo en que la producción archi-

tectónica era fruto del contacto directo de las manos con los materiales de construcción. Sin esta consciencia, hoy día es fácil caer en el riesgo de que la forma arquitectónica no surja como resultado de una lógica constructiva, sino más bien como mera representación instrumental.

En el otro extremo, por citar un ejemplo próximo, se encontraría la arquitectura de Antoni Gaudí, quien utilizó primordialmente los modelos a escala -las denominadas maquetas- que, cuando ya habían sido verificadas, eran transferidas a la representación gráfica en dos dimensiones. Gaudí representa un paradigma al conciliar las ventajas del espacio euclídeo con la riqueza de las superficies de doble curvatura.

La construcción de la catedral de Tortosa nos remite a aquel tiempo en el que la producción arquitectónica mantenía una continuidad con el resultado obtenido. Los trazados geométricos de las plantas activaban las tallas de piedra organizadas horizontalmente de manera que, en su despliegue vertical, se tornarían en fabulosas ramificaciones.

Paul Valéry lo expresa poéticamente en “*Eupalinos o el Arquitecto*”:

“...veía su asombroso ingenio. Hallaba en él los poderes de Orfeo. Les predecía su destino monumental a los montones informes de piedras y vigas que yacían a nuestro alrededor; y a una voz suya, esos materiales parecían destinados al puesto singular que les hubiera asignado los hados favorables de la diosa. ¡y qué maravilla su discurso a los obreros! No guardaba ni rastro de sus difíciles meditaciones de la noche. Sólo les daba órdenes y números...”

Querido Josep, tu incorporación a esta corporación significa una inestimable adhesión. Con tu condición de arquitecto, como el referido *Eupalinos*, podrás contribuir a un campo del conocimiento de interés general y universal. Ha sido un honor para mí responder a tu discurso de ingreso, y te deseo que disfrutes de la amistad y de los conocimientos que te brindaran tus nuevos compañeros de esta Academia.

Muchas Gracias.

Barcelona, 15 de diciembre 2024



PUBLICACIONES DE LA REAL ACADEMIA
EUROPEA DE DOCTORES

Publicaciones



Revista RAED Tribuna Plural





JUAN TRIAS DE BES (Barcelona, 1964) es arquitecto por la Escuela Técnica Superior de Arquitectura de Barcelona, 1991. Mantiene la actividad del ejercicio de la profesión en el campo de la edificación y del urbanismo desde 1992 (8TdB Architects)

Es autor de obras institucionales, como la Sede de la Academia de Ciencias Médicas de Cataluña y Baleares, La Sede Central de los Laboratorios Grífols, la Universidad ESADE en el Campus de Sant Cugat del Vallés y la Sede y Fábrica de Natura Bissé. (nominado al EU Mies Award 2023).

En el campo de la rehabilitación acredita intervenciones como el Hotel Mandarin Oriental, Centro de Convenciones de ESADE en Barcelona, el Edificio modernista “Casa Burés” (nominado al EU Mies award 22) y la rehabilitación del Palacio Barroco en Ciutat Vella (Bcn)- “Pallau Moxó”.

Es miembro fundador del Laboratorio de Innovación Tecnológica (LITEIS) de la UIC Barcelona en el que dirige el Departamento de Investigación “*Cátedra hARQware*” desde 2016. Es profesor de la *School of Architecture (UIC Barcelona)*

Obtiene el doctorado (Tesis Doctoral “ARQUITECTURAS MATÉRICAS” por la ETSAB en 2013. Ponente y autor de publicaciones sobre pensamiento arquitectónico, teoría de proyecto y obra propia. En 2016 ha sido doblemente galardonado con la Bienal Española de Arquitectura y Urbanismo (BEAU XIII) en las modalidades de investigación y divulgación.

En el ámbito de la participación social, es miembro del Patronato de la Fundación de la Junta Constructora del Templo de la Sagrada Familia (desde 2016), miembro de número en la Real Academia Europea de Doctores (2017), presidente y fundador de la Sociedad de Arquitectura y Salud – SCAS en el seno de la Academia de Ciencias Médicas y de la Salud de Catalunya y Baleares, miembro del Consell Assesor del CAGIC (Centre Antoni Gaudí i Col.laboradors - Ateneu Sant Pacià) (2022), y Gran Cruz del Mérito Humanitario (2022).



"No saps fill meu que jo només tallo roba de dona"

Isabel Ginovart Latorre

Josep Lluís i Ginovart

1914 - 2025

Colección Real Academia Europea de Doctores



**Generalitat
de Catalunya**



GOBIERNO
DE ESPAÑA

MINISTERIO
DE EDUCACIÓN, CULTURA
Y DEPORTE